



## 減衰が地盤の地震応答解析にあたる影響と精度

吉田 望<sup>1)</sup>, 澤田純男<sup>2)</sup>, 中村晋<sup>3)</sup>

1)正会員 東北学院大学工学部環境土木工学科, 教授 工博

e-mail: yoshidan@tjcc.tohoku-gakuin.ac.jp

2)正会員 京都大学防災研究所, 教授 工博

e-mail: sawada@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp

2)正会員 日本大学工学部土木工学科, 教授 工博

s-nak@civil.ce.nihon-u.ac.jp

### 要 約

地盤の地震応答解析の精度を減衰に着目して検討した。まず、運動方程式の時間に関する偏微分の解法である周波数領域の解法と時間領域の解法が同じ条件で解析できるように、前者では各種の周波数の関数、後者ではモードごとに設定できる減衰（モード減衰）を導入した。また、半無限地盤を有する地盤の固有値と固有ベクトルを求める方法を提案し、入射波問題に対してもモード減衰を使える定式化を示した。例題地盤に基づいて各種の解析法を比較したところ、周波数領域の解析と時間領域の解析は弾性、非線形解析の両方でほぼ一致し、周波数領域の解析における減衰の周波数依存性を時間領域の解析におけるモード減衰で表現できることが分かった。一方、全周波数領域で一定の減衰と周波数に比例する減衰を比較したところ、数 Hz より高振動数成分で差が現れると共に、周波数に比例する減衰は最大変位を小さく評価することが分かった。

キーワード：地震応答, Rayleigh 減衰, モード減衰, 履歴減衰, 非線形, 等価線形

### 1 はじめに

地盤の地震応答解析は、地震時の地盤の挙動を予測し、また、上部構造の設計用地震動を求めるツールとして重要であることは論を必要としない。地盤の地震応答解析では、時間と空間の関数として表現される運動方程式の時間に関する解法として Fourier 変換に基づき周波数領域で解析する方法と逐次積分に基づき時間領域で解析する方法の二つが用いられている。

運動方程式は、質量項、粘性減衰項、剛性項で表されているが、地盤材料は小さいひずみ領域から非線形性を示すことから、非線形の考慮は必須であり、また、計算結果に大きく影響を与える。従って、従来の研究でも非線形性の考慮に重点が置かれてきた。残りの二つの項の内、質量項については、評価の際の誤差は小さい。一方、粘性減衰項は実材料における粘性減衰の定義の曖昧さと相まって、余り意識せずに使われているようである。例えば、周波数領域の解析では粘性減衰は考慮しないのが一般的である。また、時間領域の解析では、実際の減衰がどのようなものであるかという観点ではなく、数値積分を安定化させたり、パルスのような波形を押さえたりするために用いられることが多い<sup>1)</sup>。しかし、加速度応答スペクトルを例に挙げるまでもなく、粘性減衰が地震応答解析結果に大きく影響を与えることはよく知られている。

材料非線形、粘性減衰はともに地盤の地震応答を減衰させる要因と考えることができる。本論文で減

衰というのはこの両者を指している。はじめに述べたように、運動方程式の解法には二つの方法があるが、それぞれで減衰の考え方は全く異なっている。そこで、本論では減衰という観点から両手法の比較をすることを試みる。

周波数領域の解法では、地盤材料の非線形を考慮するために等価線形化法が用いられる。一方時間領域の解法では数式で表された応力-ひずみ関係を逐次追いかけて解析し、英語では等価線形化法と対比させるために *truly nonlinear method* と呼ばれることもあるが、日本語ではこれに対応する適切な呼び名がない。そこで、本論文ではこれを単に非線形法と呼ぶ。すなわち、本論では等価線形化法と非線形法を表 1 に示すような手法を代表する名称として用いる。例えば、時間領域の解法で等価線形化法を行うことも可能であるように、この表以外の使い方も可能ではあるが、ここではそのような物は含めない。

等価線形化法と非線形法は地盤の非線形地震応答解析を行う代表的な手法である。応力-ひずみ関係の再現性という観点では非線形法の方が有利であるが、等価線形化法も長所がある。例えば、周波数に依存した特性の取り扱いが簡単なこと、一次元の等価線形化法は空間に関しては重複反射理論を用いて解かれるが、これにより任意の位置での地震動を与え基盤に入射する波動を求めるといった工学的に重要な解析が可能であること、などである。従って、この二つの手法はどちらか一方が捨て去られるべきという物ではなく、互いの長所を生かし、補完しながら用いるべき物であろう。

両者の精度や特性を比較する研究はこれまでもしばしば行われてきた（例えば文献2), 3), 4)）。これらの研究の興味は、応力-ひずみ関係の非線形の取り扱い、すなわち、等価線形化法の有効さについて議論がなされてきた。しかしながら、両手法には表 1 に見られるように他にも違いがある。先に述べたように、等価線形化法では履歴減衰を複素剛性として考慮する以外の減衰を使わないのに対して、非線形法では粘性減衰が考慮されるのが一般的であり、特に剛性比例減衰は数値積分の安定性のために重要である<sup>1)</sup>。また、数値積分法にも減衰効果が含まれている<sup>2)</sup>。減衰項が地震応答に影響を与えることはよく知られているにも関わらず、従来の研究ではこの影響を無視して比較してきたといえる。これは、応力-ひずみ関係の非線形性に起因する履歴減衰が減衰としては支配的であるという思い込みからきていると考えられる。

しかし、このような解析条件の違いを有したままの比較では両手法の精度の違いを論じることは問題もある。そこで、本論では両解析における速度比例減衰、応力-ひずみ関係などの解析条件をなるべく合わせるために、手法の改良を試み、これに基づき例題地盤を用いて両手法の精度を検討する。

## 2 等価線形化法とその改良

周波数領域の解法では重ね合わせの原理を想定していることから、応力-ひずみ関係は線形である必要がある。線形でかつ履歴減衰を考慮する方法として複素剛性法が用いられる。すなわち、運動方程式

表 1 等価線形化法と非線形法の比較

	等価線形化法	非線形法
応力-ひずみ関係の非線形	等価線形化法	数式モデルなど
時間に関する微分	周波数領域の解法 (Fourier 変換)	時間領域の解法 (逐次積分)
空間に関する微分	重複反射理論 (1次元) 有限要素法	有限要素法
減衰	複素剛性法	速度比例減衰 履歴減衰 数値減衰

を変数分離する際、複素 Fourier 変換を行い、複素数のせん断応力 $\tau$ とせん断ひずみ $\gamma$ を関係づける構成則を次式で表す。

$$\tau = G^* \gamma \quad (1)$$

ここで、剛性  $G^*$ も複素数であり、せん断定数  $G$  と減衰定数  $h$  の関数である。実務によく用いられる SHAKE<sup>6)</sup>や FLUSH<sup>7)</sup>では当初 Voigt モデルを想定して

$$G^* = (1 + 2ih)G \quad (2)$$

が用いられていたが、その後、位相特性を改良した<sup>8)</sup>

$$G^* = G(1 - 2h^2 + 2ih\sqrt{1 - h^2}) \quad (3)$$

が用いられるようになった。本論文でもこの式を用いている。

また、SHAKE や FLUSH では非線形性を考慮するために、 $G$  と  $h$  のせん断ひずみ $\gamma$ に対する関係、いわゆる  $G$ - $\gamma$ 、 $h$ - $\gamma$ 関係から解析に用いる  $G$  と  $h$  を計算するひずみ（有効ひずみ $\gamma_{eff}$ ）を最大ひずみ $\gamma_{max}$ より

$$\gamma_{eff} = \alpha \gamma_{max} \quad (4)$$

により求めている。ここで、 $\alpha$ は調整用のパラメータで0.65が用いられることが多い。しかし、この方法は最大加速度を過大評価する<sup>9)</sup>、高振動数成分の増幅を過小評価する<sup>10)</sup>などの欠点があることが指摘され、改良法も提案されている<sup>10)11)12)13)</sup>。筆者の一人はこれら二つの欠点を同時に改良することができる手法を提案した<sup>12)</sup>。このモデルでは、有効ひずみは周波数 $f$ の関数として次式で与えられている。

$$\begin{cases} \gamma_{eff} = \gamma_{max} & f_p > f \\ \gamma_{eff} = \gamma_{max} \left\{ 1 - \left( \frac{\log f - \log f_p}{\log f_e - \log f_p} \right)^m \right\} & f_p \leq f \leq f_e \\ \gamma_{eff} = 0 & f > f_e \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 $f_p$ はひずみの時刻歴でひずみが最大となる半波の、ゼロクロス法で求めた周期の逆数として定義した振動数、 $f_e$ は弾性挙動を設定するひずみである。本論では文献14)に従い、 $f_e$ は6Hzに設定した。さらに、次に述べる時間領域の解法と比較するために必要な Voigt モデルや Maxwell モデルのような周波数に依存する減衰特性を考慮できるようにした。以後の解析では、この手法を用い、解析コード DYNEQ<sup>14)</sup>で解析する。なお、DYNEQ では有効ひずみを求める手法が選べるようになっており、後に比較の対象として用い、SHAKE として引用されるケースもこのコードを用いて計算したものである。すなわち、SHAKE の名称は手法を表す名称として用いられており、解析コード名を表すものではない。ただし、解析手法は SHAKE と同じものを用いている。

### 3 時間領域の解析における減衰特性

#### 3.1 Rayleigh 減衰

はじめにでも述べたように、逐次積分法を用いる時間領域の解析では速度比例減衰が考慮されるのが普通である。通常用いられるのは Rayleigh 減衰で、減衰マトリックス $[C]$ は質量マトリックス $[M]$ と剛性マトリックス $[K]$ より次のように作られる。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (6)$$

ここで、 $\alpha$ 、 $\beta$ は調整用のパラメータである。Rayleigh 減衰では固有モードごとに減衰定数が異なり、 $i$

次のモードに対する減衰定数  $h_i$  はそのモードの固有円振動数  $\omega_i$  の関数として次式で与えられる。

$$h_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (7)$$

式から分かるように、質量マトリックス比例減衰は各モードの振動数に反比例する減衰で振動数が大きくなると小さくなる性質があるのに対して、剛性マトリックス比例減衰（以下、剛性比例減衰）は各モードの振動数に比例する減衰で振動数が大きくなると大きくなるという性質がある。このうち、剛性比例減衰は実際の減衰という以外に、数値積分の安定を増すという意味で重要なことがある<sup>1)</sup>。

Rayleigh 減衰では、減衰を制御できるパラメータが二つしかないため、自由に減衰特性を設定することができない。なお、減衰は粘性減衰（構造物を取り巻く流体等の粘性によるもの）と構造減衰（構造物自体の内部摩擦によるもの）に分けられ、質量比例減衰は粘性減衰、剛性比例減衰は構造減衰とほぼ対応しているが、一方では理論的には正当なものではないとされている<sup>15)</sup>。

### 3.2 モード減衰

より自由に減衰を制御するために、モードごとに設定できる減衰（モード減衰）を導入する。まず、運動方程式を次のように表す。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (8)$$

ここで、 $\{u\}$  は変位ベクトルでドットは時間に関する微分であり、 $\{F\}$  は外力ベクトルである。また、 $[M]$  は集中質量で、対角マトリックスとする。この方程式が完全に非連成化される、すなわち固有値解析が可能であると仮定すると固有値問題が設定できる。固有値解析の結果を用いれば、 $\{u\}$  は固有ベクトル  $\{X_j\}$  の重ね合わせとして次のように表される。

$$\{u\} = [\{X_1\}\{X_2\}\{X_3\}\dots\{X_n\}]\{q\} = [\xi]\{q\} \quad (9)$$

ここで  $\{q\}$  はモード変位、 $[\xi]$  は固有ベクトル  $\{X_j\}$  を列とするマトリックスである。これらを式(8)に代入し、さらに左から  $[\xi]^T$  を掛けると、次式を得る。

$$[\xi]^T [M][\xi]\{\ddot{q}\} + [\xi]^T [C][\xi]\{\dot{q}\} + [\xi]^T [K][\xi]\{q\} = [\xi]^T \{F\} \quad (10)$$

固有関数の直交性より  $[\xi]^T [M][\xi]$ 、 $[\xi]^T [K][\xi]$  は対角マトリックスであり、これを次のように表す。

$$[\xi]^T [M][\xi] = [m_j], \quad [\xi]^T [K][\xi] = [k_j] \quad (11)$$

ここで  $[m_j]$ 、 $[k_j]$  は対角成分が  $m_j$ 、 $k_j$  の対角マトリックスあることを表しており、

$$m_j = \{X_j\}^T [M]\{X_j\}, \quad k_j = \{X_j\}^T [K]\{X_j\} \quad (12)$$

したがって、運動方程式(8)が非連成化する条件は、式(10)の第2項の係数が対角マトリックスである、すなわち、次式が成立することである。

$$[\xi]^T [C][\xi] = [c_j] \quad (13)$$

非連成化できれば、式(10)は各モードごとの独立な微分方程式となる。その際、 $j$  次のモードの減衰定数  $h_j$  と減衰係数  $c_j$  の関係式として次式が得られる。

$$c_j = 2\omega_j h_j m_j \quad (14)$$

これを式(13)に代入し、 $[C]$  について解くと次式となる。

$$[C] = [M][\xi][2h_j\omega_j][1/m_j][\xi]^T[M] \quad (15)$$

ここで、 $[1/m_j] = [m_j]^{-1}$ である。式(15)より各モードごとに自由に与えた減衰定数から減衰マトリックスを作製することができる。なお、このようにして得られた減衰マトリックスは全成分が0でない値を持っている。

### 3.3 弾性基盤における固有値問題

前節で示したモード減衰は、自由な減衰の設定が可能であるが、これを得るためには固有値と固有ベクトルが得られている必要がある。基盤を剛基盤に設定し、基盤の振動（いわゆる複合波）を入力とする問題ではこれを得ることは大きな問題ではない。しかし、地震応答の問題では基盤に入射する波動を境界条件として設定することも一般に行われている。この場合、Joyner<sup>16)</sup>に従い、地盤は図 1(a)の様にモデル化される。すなわち、地盤を表層地盤と解放基盤に分離し、ダッシュポットを介して解放基盤複合波（入射波の倍）を与えることにより入射波入力を考慮できる。この方法は入射波、反射波が境界に直交する場合には厳密解と一致する。しかし、このモデルでは支配方程式にダッシュポットに相当する速度比例減衰項が必須であるため、固有値解析ができない。そこで、図 1(b)に示すように半無限部分を有限の長さで設定したモデルを考える。このモデルでは通常と同じ固有値解析が可能である。

図 2は次章の図 4で示す地盤を対象として、基盤の層厚をパラメータとして求めた固有周期を示している。ここで、通常とは異なり、半無限地盤を考慮した剛基盤の解析ではモードの次数を0から始めている。図 2(a)は解析基盤を剛基盤とした際の固有周期に対する、弾性基盤時の対応するモードの固有周期の比を示しているが、基盤の層厚が厚くなるに従い、全てのモードの固有周期が剛基盤の固有周期に近づいていく。また、高次の固有周期は剛基盤のそれと差がないのに対し、低次の固有周期はかなり変化する。そこで、図 2(b)では層厚と0次、1次の固有周期と層厚の関係を詳細に示す。1次のモードは左側の座標軸と対応しているが、層厚が厚くなると急速に一定値に近づき、最終的には剛基盤の1次周期に収束する。一方、0次のモードは右側の対数軸で周期が示されているが、層厚と比例して周期が増加していく。

次に、図 3は剛基盤の1次モード（図で Rigid と表示）と層厚を変えた際の弾性基盤の0次および1次のモードに対する固有ベクトルを示している。層厚が厚くなるに従い、0次のモードは剛基盤の1次のモードから表層全体が剛体的に変位するモードに移行し、1次のモードは剛基盤の1次のモードに近づく。こ

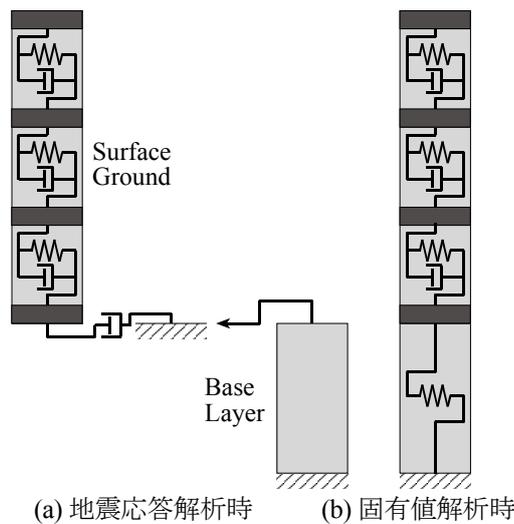
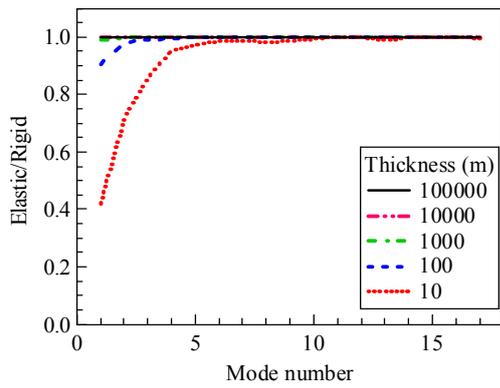
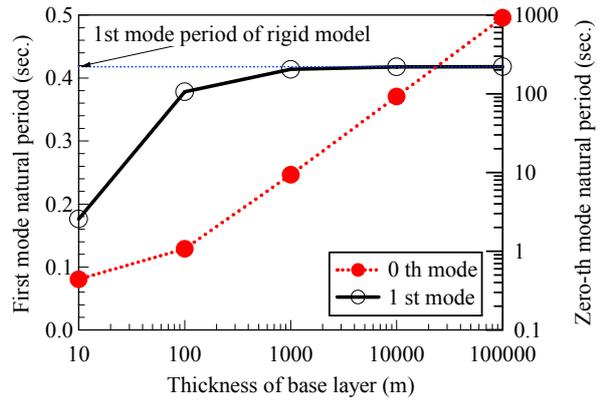


図 1 半無限地盤のモデル化



(a) 剛基盤に対する固有周期の比



(b) 低次の固有周期の変化

図2 固有周期と層厚の関係

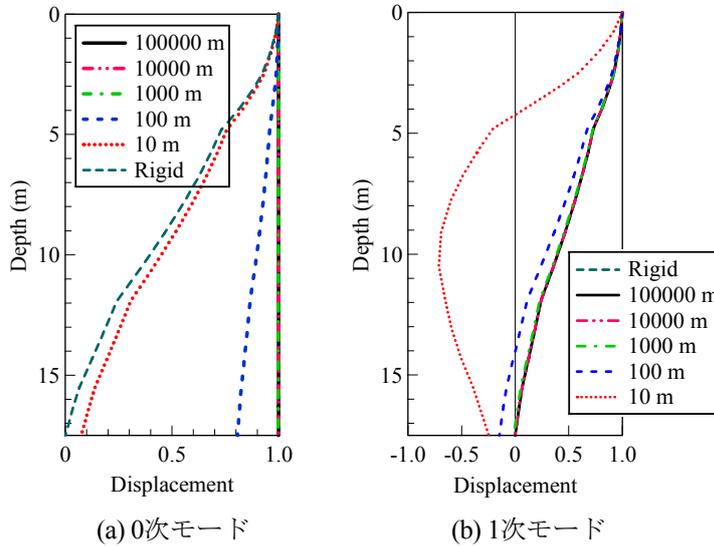


図3 基盤の層厚の変化に対する固有ベクトルの変化

れが先に弾性基盤のモードの次数を0から始めた理由である。

これらより、半無限の基盤を持つ表層地盤の固有ベクトルが、表層地盤の剛体モードと剛基盤の固有ベクトルで表されることが分かる。これを用いればモード減衰が計算できる。なお、0次のモードは固有周期が無限大となるが、この場合には表層地盤は応答しないので、減衰マトリックスの計算ではこの項を除いてもよい。

#### 4 計算例による減衰の効果に関する検討

表 1に示したように、非線形法では減衰の要因として履歴減衰、速度比例減衰、数値減衰がある。このうち、履歴減衰は応力-ひずみ関係の非線形形で考慮できる。数値減衰の影響は、数値積分時間間隔を小さくすることで除くことが可能である。すなわち、数値積分の時間間隔を短くしていくと数値減衰が現れる周波数帯域が高振動数帯域に移動するので、工学的に興味のある振動数の領域から除くことができるわけである。例えば文献17)では数値積分の時間間隔を短くすれば数値積分手法によらず同じ結果が得られることが示されている。また、本論の計算でも、数値積分の時間増分を変えた計算を行ない本

論文に示す結論に影響を与えるような差が発生しないことを確認している。

従って、計算に影響を与える減衰としては応力-ひずみ関係のモデル化と速度比例減衰の大きさがあ  
る。そこで、等価線形化法、非線形法のそれぞれについて、全周波数領域で減衰定数を一定にしたケー  
ス（以下、一定減衰と呼ぶ）と非線形法でよく用いられる剛性比例減衰に対応するケース（減衰は周波  
数に比例するので以下では周波数比例減衰と呼ぶ。ただし、非線形法では各モードの減衰は固有振動数  
に比例しているという意味であることに注意。）を比較することにした。なお、比較は、速度比例減衰  
の影響のみを見る弾性解析と、非線形解析の両方を行う。また、非線形解析では SHAKE に用いられる  
等価線形化法も比較の対象とした。

解析は、筆者らが公開している等価線形解析コード DYNEQ<sup>14)</sup>、および非線形解析コード DYNES3D<sup>18)</sup>  
を改良したコードを用いた。

#### 4.1 解析条件

解析の対象としたのは、文献19)に示される東京都心の地盤で、図 4に柱状図と3次までの固有ベクト  
ル、固有周期を示す。ここで、 $V_s$  はせん断波速度、 $\rho_t$  は密度である。地盤の動的変形特性は双曲線モデ  
ルを用い、その基準ひずみ $\gamma_r$  は文献19)に示されている実験式の  $G/G_{max}$  が0.5に対応するひずみを用いる

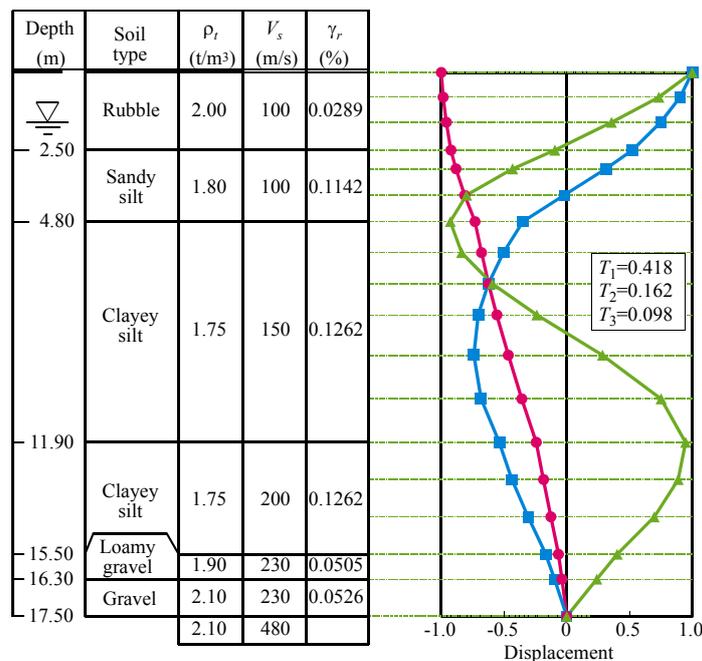


図 4 柱状図と固有ベクトル

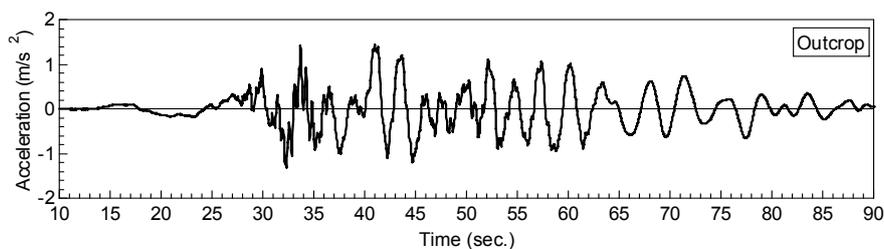


図 5 入力に用いた地震動（解放基盤複合波）

(図 4 参照)。図 5 に同じ文献に示される入力地震動を示す。この地震動は解放基盤複合波として定義される模擬地震動で、時間間隔  $\Delta t=0.04$  秒である。これを入力として用いる。

減衰定数は、一定減衰の際は 2%、また、周波数比例減衰を用いる際は、実務等で行われる方法である一次モードに対する減衰を設定値とする方法を用い、一次モードで 2% と設定する。一次の固有周期は 0.418 秒であることから、式(6)の係数  $\beta$  は 0.00266、また周波数領域の解法では式(7)を参照するとこの半分の値が円振動数に対する比例定数となる。

非線形解析は逐次積分法に Newmark の  $\beta$  法を用い、 $\beta$  の値は数値積分が無条件安定となる最小の値、 $\beta=0.25$  に設定した。また、各時間増分では前の時間増分終了時の剛性を用いて積分を行った。増分計算の終了時に発生する不釣合力は次のステップに持ち越し、全体として不釣合力が大きくなるようにした。このような積分法では除荷時に大きな不釣合力が発生し、加速度応答にパルスが現れることがある<sup>1)</sup>ので、これを避けるために数値積分の時間間隔を  $\Delta t/40$  にした。この際、地震動は線形補間した。また、計算結果の内、 $\Delta t$  に対応するもののみを取り出し時刻歴とし、応答スペクトルなどはこれを基に計算している。

なお、以下の解析結果の説明で、Time, Frequency (または, Freq.) はそれぞれ時間領域と周波数領域の解析、Constant (または Const.) と Proportional (または Prop.) は一定減衰と周波数比例減衰の結果を表している。また、前述のように SHAKE は解析コード SHAKE<sup>7)</sup>と同じ手法を用いた解析の結果であり、SHAKE と比較する場合に限り、一定減衰を用いた周波数領域の解析の結果 (Freq., Const.に対応) をプログラム名 DYNEQ で表すことがある。

## 4.2 弾性応答

まず、弾性応答における挙動を比較する。

### 4.2.1 剛基盤の応答

剛基盤では、図 5 に示す解放基盤複合波を基盤における複合波として入力する。図 6 に最大応答値を比較して示す。最大加速度、最大ひずみ分布を見ると、二つのグループに分かれている。すなわち、減衰を一定にしたグループ (実線および波線) は周波数比例減衰のグループ (点線と一点鎖線) に比べて加速度もひずみも大きい。また、詳細に見ると最大変位と最大せん断応力も一定減衰の方が大きい。最大加速度の大小の順番と他の応答の順番とは同じである。

違いの詳細を見るため、図 7 に異なる組み合わせで加速度時刻歴を比較する。ただし、全時刻歴を比較するといずれの時刻歴もほとんど同じで違いを図から判読することが困難なので、ここでは最大加速度が発生する近傍の 10 秒間のみ時間軸を拡大して比較している。各時刻歴は  $\Delta t$  間隔で折れ曲がった部分線形関数で表現されている。

図 7 の上二つは同じ数値積分法に対する一定減衰と周波数比例減衰の結果を比較している。全体としての波形はほとんど同じであるが、詳細に見ると周波数比例減衰の波形の方がより滑らかな形状をしている。これは、周波数比例減衰では高振動数領域では減衰定数が大きくなることが原因と考えられる。すなわち、一定減衰の方が高振動数成分の応答が大きく、これが最大加速度の大きさとなって表れている。また、この加速度の違いが一定減衰の方がひずみが大きくなった原因となっている。

次に、下二つは同じ減衰に対する数値積分法の違いを比較している。上二つより両者は一致しているが、詳細に見ると違いもある。一定減衰の解析では、加速度が 0 近くでは時間領域の解析の方がやや応答が滑らかであるが、これは、加速度が 0 の付近は速度が最大ということで、時間領域の解析では速度比例減衰の効果が現れているためと考えられる。また、加速度がピークとなる付近では周波数領域の解析の方が加速度が大きいですが、これは、ピーク付近では速度が 0 に近いことから時間領域の解析では速度比例減衰はほとんど効果を発揮しないのに対して、周波数領域の解析では減衰は複素剛性として表現さ

れているので、応力-ひずみ関係は楕円形で最大せん断応力が応力-ひずみ関係から予測される値より大きくなっているため、これに対応して最大加速度も大きくなっているためと理解できる。また、この違いが最大加速度の違いとなって現れている。これから分かるように、周波数領域と時間領域の解析では減衰を同じに設定したとはいっても解析法の仮定が異なっているため、その挙動は完全には同じにならない。

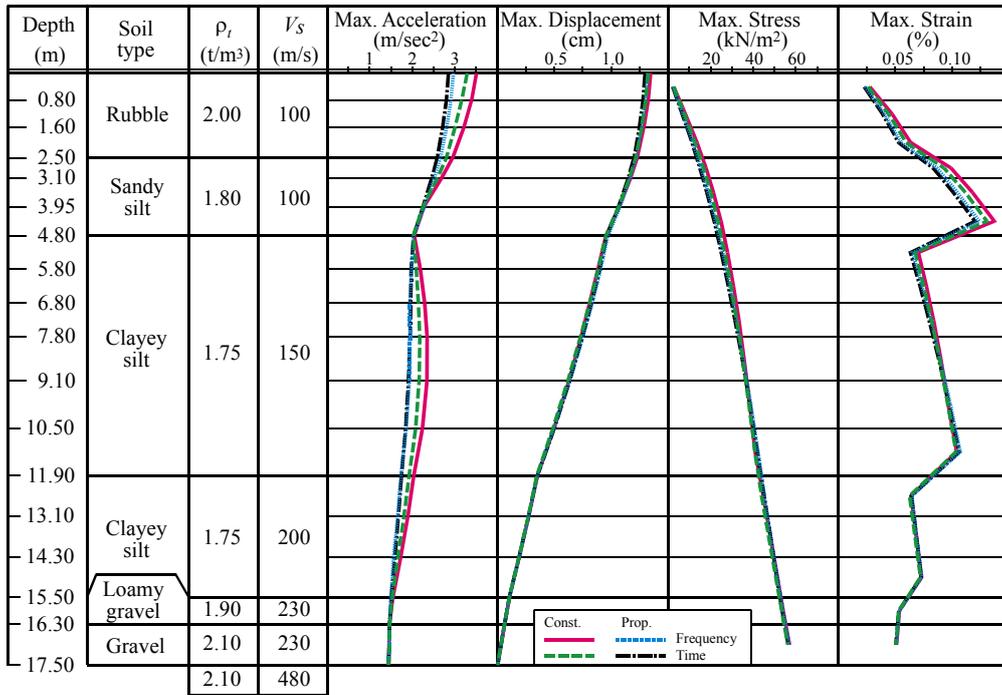


図6 剛基盤，弾性解析における最大値の比較

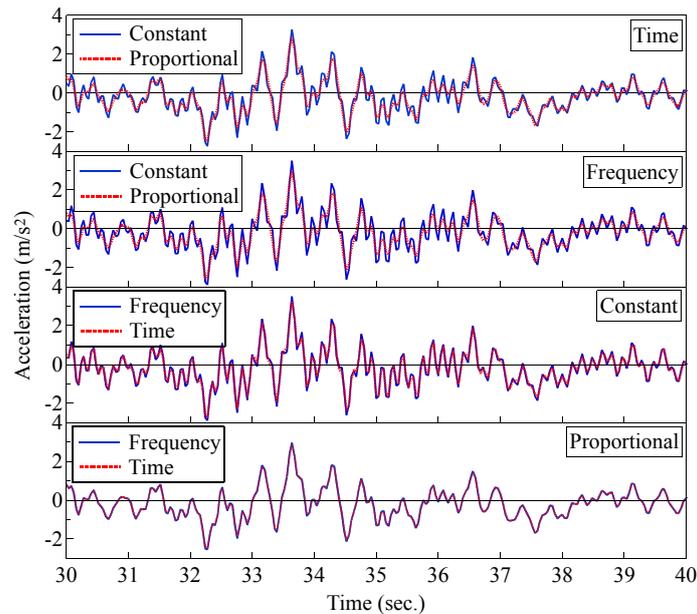


図7 加速度時刻歴の比較

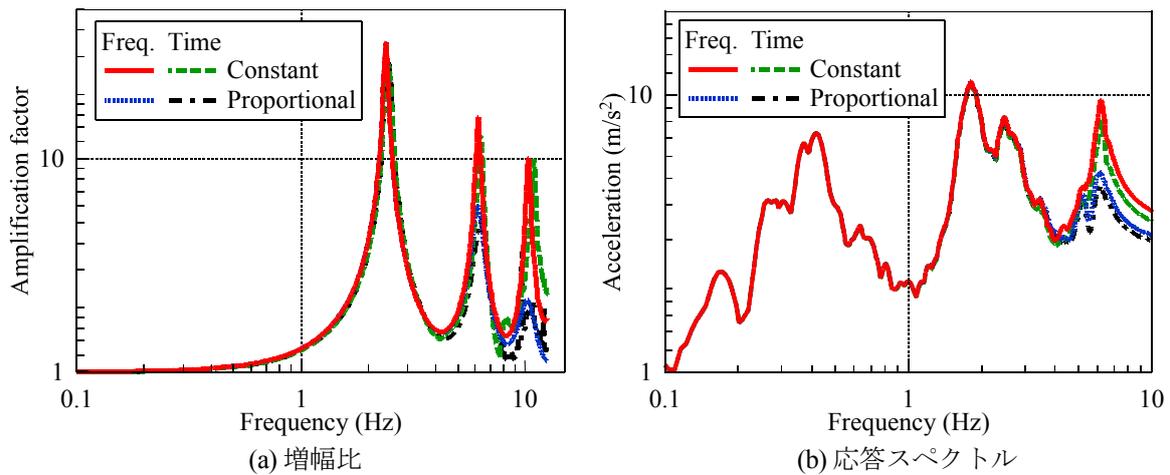


図8 スペクトルによる比較

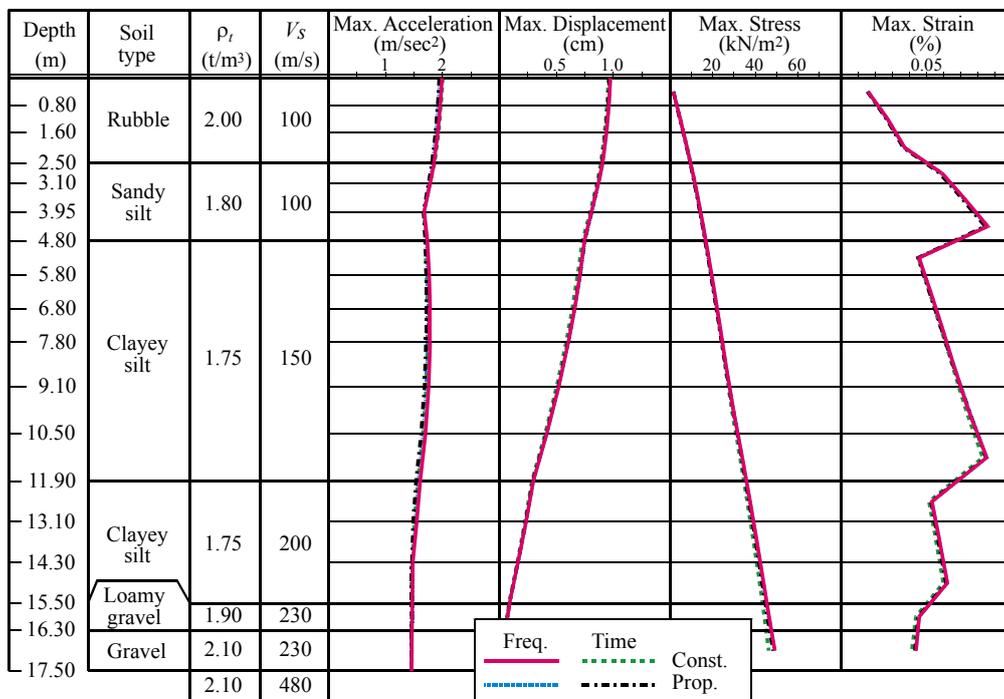


図9 弾性基盤，弾性解析における最大値の比較

一方，周波数比例減衰のケースでは両者の違いはほとんどなく，波形は非常によく一致しているが，これは，一定減衰で見られた挙動は高振動数成分に大きく現れるが，周波数比例減衰では高振動数成分の応答が抑制されるためと考えられる。

時刻歴で見ると，各解析に差があるとはいっても，これまで述べてきたように，これは高振動数領域の話であり，全体挙動はどの解析でもよく一致している。高振動数領域の影響を詳細に見るため，図8に増幅比（地表の複合波/基盤の複合波）と地表の加速度時刻歴から求めた応答スペクトル（減衰5%）を示す。ここで，時間領域の解析の増幅比はバンド幅0.3HzのParzenウィンドウ処理をしている。二次固有振動数（6.2Hz）より低振動数側では図では全く区別できないほど一致しているが，これより高振動数領域では有意な差が現れ，周波数比例減衰を用いたケースの方が増幅も加速度応答スペクトルも小

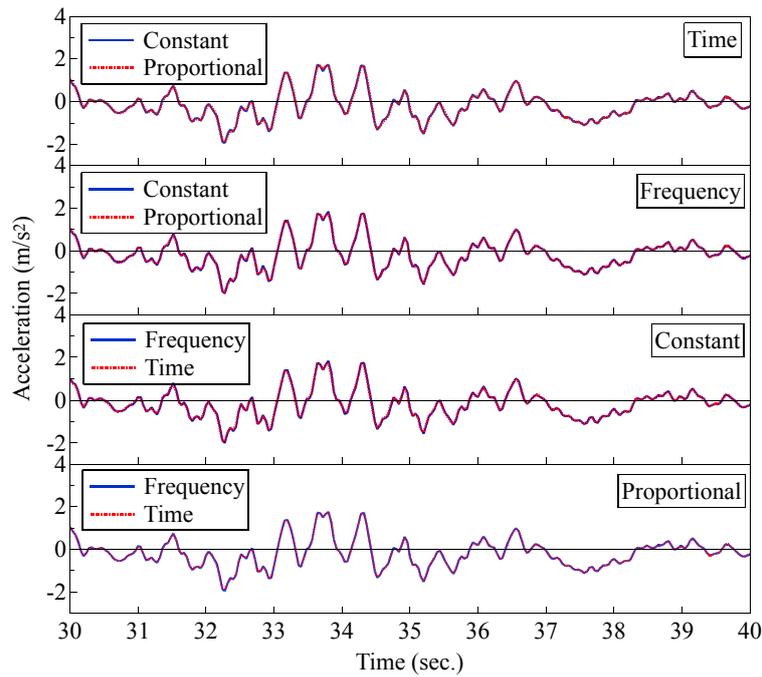


図 10 加速度時刻歴の比較

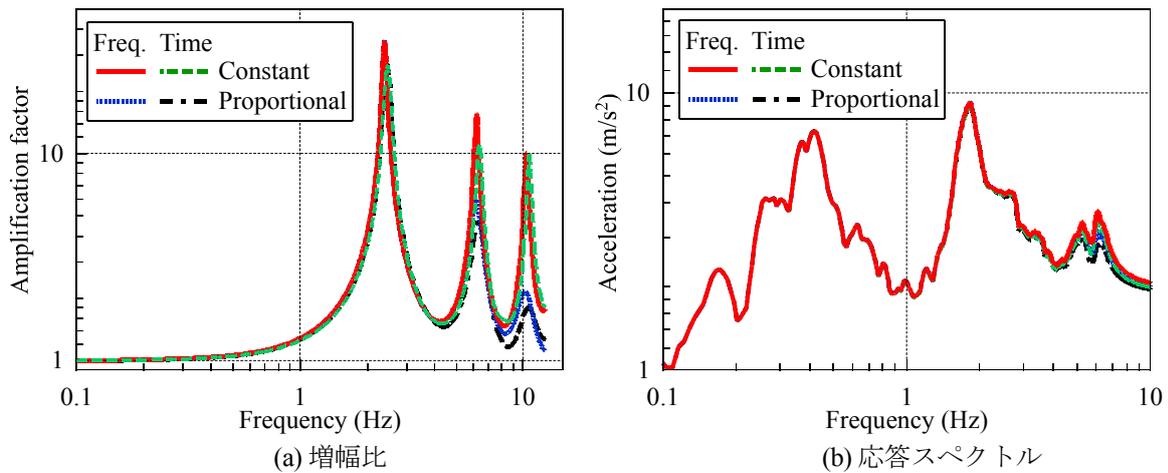


図 11 スペクトルによる比較

さくなっている。

#### 4.2.2 弾性基盤の応答

前節では剛基盤の結果を示したが、ここでは弾性基盤の結果を示す。この解析では図 5 に示した波形を設定通り解放基盤複合波、すなわち、この半分を入射波として入力している。解析ケースは剛基盤と同じであり、比較のために、剛基盤で示したものと同じ図を弾性基盤でも示している。

図 9 に最大応答値、図 10 に地表の加速度時刻歴、図 11 にスペクトルを比較して示す。最大応答では詳細に見ると剛基盤と同様、周波数比例減衰の応答がわずかに小さいが、図から読み取るのが困難なほど

4つの結果は一致している。このことは地表の加速度時刻歴についてもいえ、各ケースともほとんど同じ値となっている。また、スペクトル応答では、剛基盤の時より高振動数成分まで4つのケースの応答が同じになっている。8Hz 程度以上の高振動数成分では差が現れているが、その差も剛基盤の際より小さい。

このように、いずれの解析結果もほぼ完全に一致していることから、モード減衰を用いる際に剛基盤の固有ベクトルを用いる方法が妥当であることが分かる。

### 4.3 非線形応答

前節では弾性応答を比較したが、ここでは応力-ひずみ関係の非線形性があるケースを扱う。なお、剛性比例減衰マトリックスは地震前の剛性に基づいて決め、一定値を用いている。

#### 4.3.1 剛基盤の応答

図 12に非線形解析時の最大値を比較して示す。非線形解析では弾性解析の4つのケースに加え、SHAKE による計算も行っている。図より、SHAKE による応答が他の4つのケースとは異なっていることが分かる。すなわち、最大加速度と最大せん断応力は他と比べかなり大きい。これは、後に図 15に示す応力-ひずみ関係からも分かるように、SHAKE は最大ひずみ付近でせん断応力を過大評価し、これに伴って加速度も過大評価するから<sup>9)12)</sup>である。また、最大変位と最大ひずみも5つの解析の中では最小である。

残りの4つの解析では、最大加速度と最大せん断応力で解析ごとの差はあるが特別な傾向は伺えない。一方、最大変位は時間領域の解析の方が大きい。これは GL-10m 付近で時間領域の解析の方が大きいひずみになっていることが原因である。さらに、GL-1.6~2.5m の、地盤中でいちばんひずみが大きい層では一定減衰の解析のひずみが周波数比例減衰の解析のひずみより大きい。

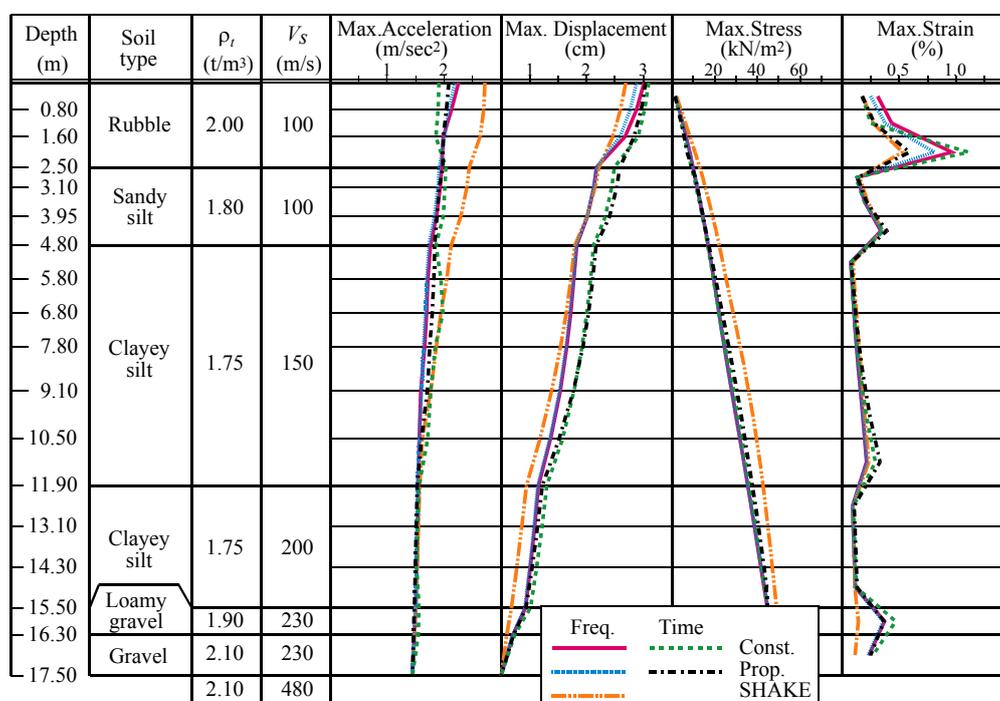


図 12 剛基盤、非線形解析における最大値の比較

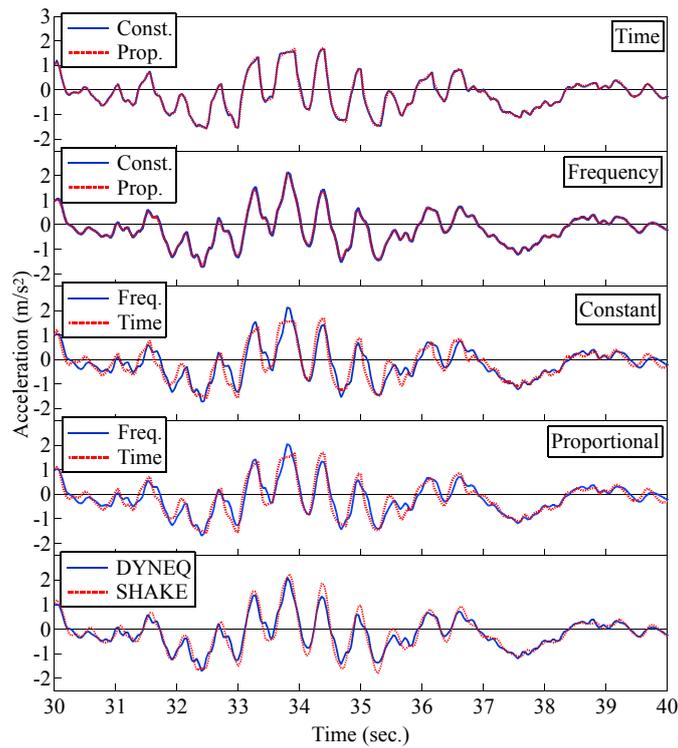


図 13 加速度時刻歴の比較

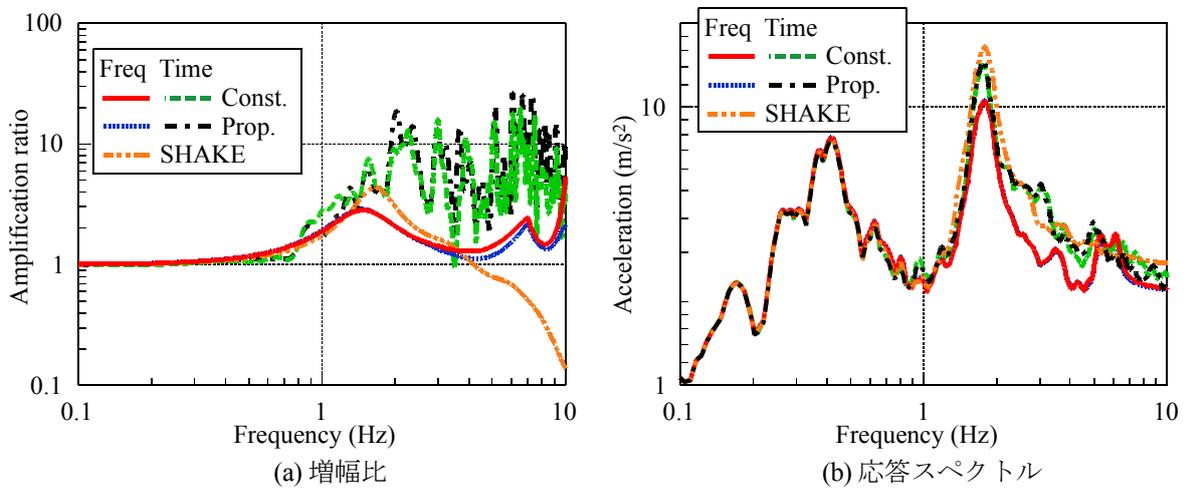


図 14 スペクトルによる比較

図 13 に地表の加速度時刻歴を前と同様 30~40 秒について比較して示す。全体として弾性応答より差がある。さらに、上二段に示される一定減衰と周波数比例減衰の違いを見ると、時間領域の解析ではほとんど完全に一致しているが、34 秒付近のピーク時に周波数比例減衰の方が少しだけ加速度が大きくなっており、これが最大加速度の差になって現れている。また、詳細に見ると弾性のケース同様周波数比例減衰の解析の方が波形な滑らかである。次に、周波数領域の解析でも詳細に見ると周波数比例減衰解析の波形が一定減衰に比べより滑らかであるという特徴はあるが、時間軸を相当に拡大しているにもかかわらずこの違いも目立たないくらい二つの結果は一致している。

次に下二段に示された同じ減衰に対する数値積分手法の違いを比較している。波形は全体としてよく一致しているものの、非線形法では加速度がピークになる付近で勾配が急に小さくなる場所がしばしばあるが、これは後に図 15に示されるように非線形の著しい層ではせん断応力はほとんどせん断強度に達しており、応力-ひずみ関係は水平に近いことが原因と考えられる。すなわち、この層がキーとなり、加速度が上限加速度<sup>20)</sup>に至っていることが原因と考えられる。これに対して等価線形化法ではこのような頭打ち現象は見られず、ピーク付近でも波形はとがっており、これが最大加速度の違いになっている。

図 14にはスペクトルを比較している。まず、増幅比、応答スペクトルとも非線形法、等価線形法のそれぞれの結果は非常によく似ている。これは、図 13の加速度時刻歴がほとんど一致していたことからもうなずける結果である。また、一次固有振動数 (2.4Hz) より低振動数側ではどの解析でもほとんど差がないが、高振動数側では差が現れ、非線形法の方が全体的に等価線形法より大きめである。さらに、SHAKE では高振動数領域で増幅を過小評価するという欠点も明瞭に見ることができる。しかし、一方では SHAKE では最大加速度を過大評価していることもあり、この欠点は応答スペクトルでは見ることができず、むしろ大きめの応答スペクトルとなっている。

最後に、図 15にはひずみが最も大きかった第3層 (GL-1.6~2.5m) の応力-ひずみ関係を示している。ここで周波数領域の解析では複素の応力-ひずみ関係の実部が示されているのに対して時間領域の解析では応力-ひずみ関係のみを示しており、速度比例項による減衰は考慮されていない。前述のように複素剛性法では基本的な形状は楕円形であるので、点線で示した設定したモデルの骨格曲線よりせん断応力が大きくなっているところがある。このせん断応力が大きいことが周波数領域の解析の方が時間領域の解析より加速度を大きく評価した原因と考えられる。また、一定減衰の解析と周波数比例減衰の解析を比較すると、周波数比例減衰の解析の方がひずみが小さくなっている。この傾向は弾性の解析でも現れており、周波数比例減衰は変位を小さく評価するということができよう。

等価線形化法と非線形法では用いている動的変形特性、( $G-\gamma$ ,  $h-\gamma$ 関係) は同じであるにもかかわらず、手法の差から大ひずみ領域では図 15に示されるように、見かけは相当に異なる。それにもかかわらず、ひずみの範囲も時間領域の解析とほぼ同じであるし、加速度時刻歴の形状、低振動数のスペクトル応答がほとんど同じであることから、この事例に関しては、高振動数の挙動を問題にするのでなければこの最大ひずみ (約1%) までの挙動であれば、等価線形化法と非線形法とも同じように取り扱ってよいということができよう。

#### 4.3.2 弾性基盤の応答

図 16に最大応答値、図 17に地表の加速度時刻歴、図 18にスペクトル、図 19に第3層の応力-ひずみ関係を示す。全体的な傾向は剛基盤と同様である。まず、SHAKEの結果が他の結果とかなりはずれている。また、周波数領域の解析の最大加速度は時間領域の解析より大きい。さらに、周波数比例減衰の解析の方が一定減衰の解析よりひずみが小さい。しかしながら、解析間の差という観点で眺める

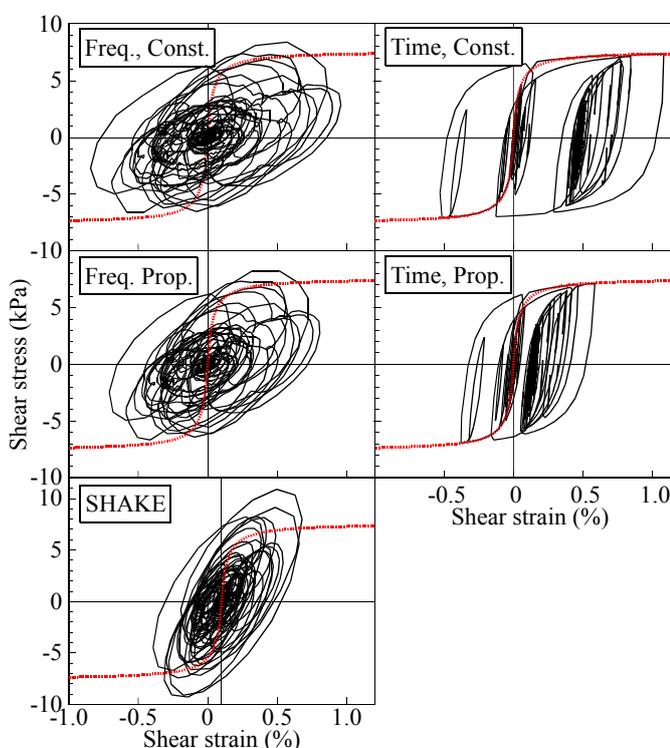


図 15 応力-ひずみ関係の比較

と、弾性の時と同様、剛基盤の結果より弾性基盤の結果の方が解析間の差は小さい。

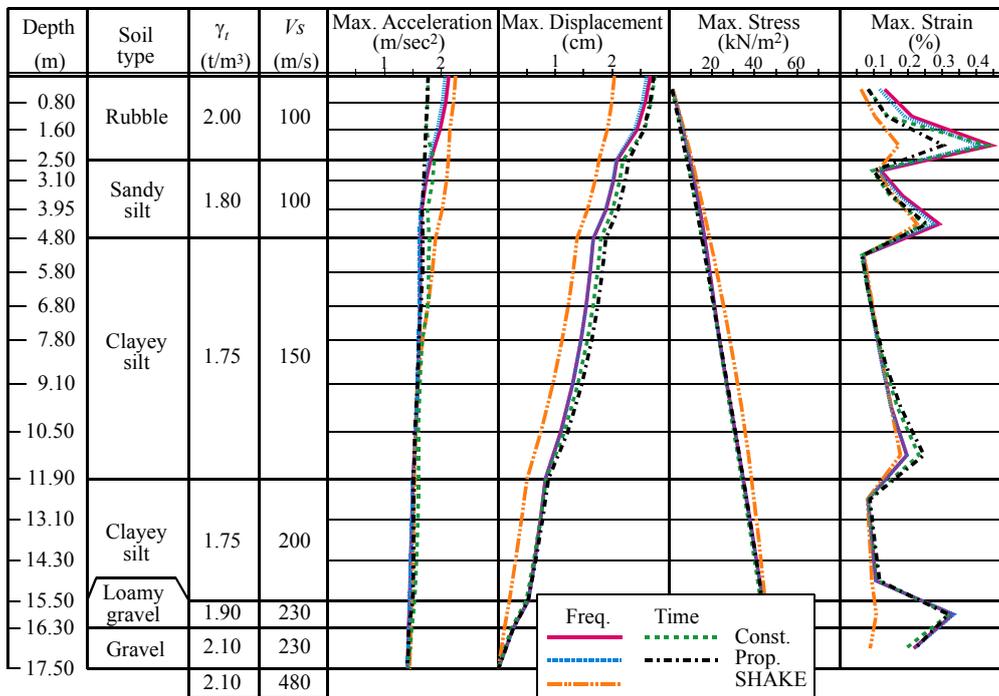


図 16 弾性基盤，非線形解析における最大値の比較

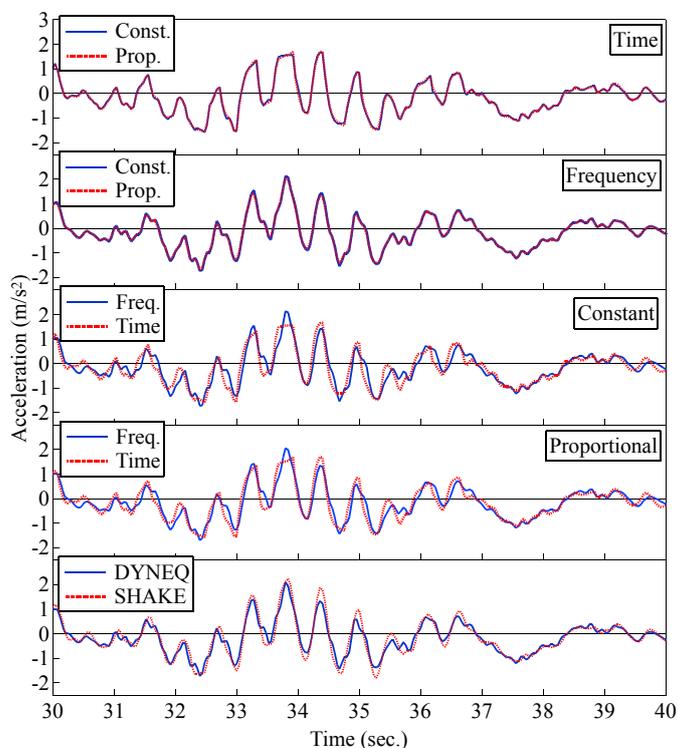


図 17 加速度時刻歴の比較

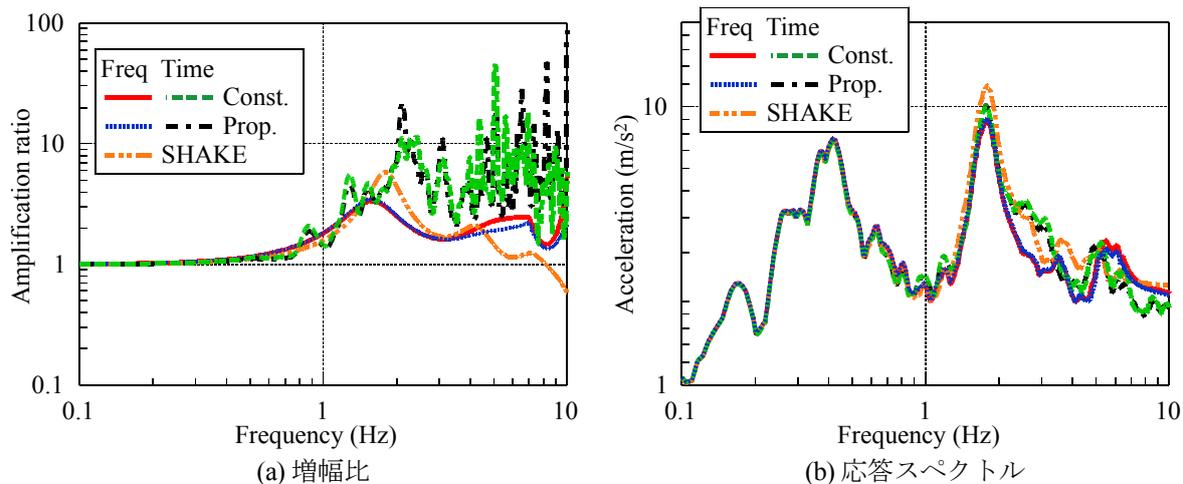


図 18 スペクトルによる比較

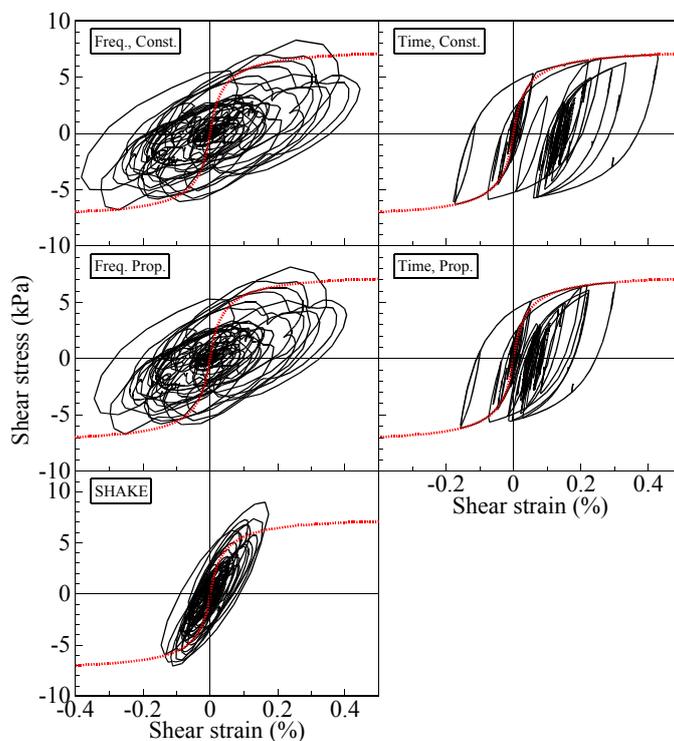


図 19 応力-ひずみ関係の比較

## 5 おわりに

本論文では、減衰項が地盤の地震応答解析に与える影響を検討した。このために、周波数領域の解析では改良された等価線形化法に各種のひずみに依存した減衰を考慮する機能を付加し、また、時間領域の解析では減衰設定の自由度が多いモード減衰を導入した。さらに、入射波入力を可能にするため、半無限地盤を有する弾性基盤の固有値を定義し、弾性基盤に対してもモード減衰を用いる手法を提案した。また、例題地盤を各種手法により解析することで各種の要因の効果を検討した。ここで比較の対象とし

たのは、時間に関する数値積分を周波数領域で行う等価線形化法と逐次積分で行う非線形法であり、減衰としては履歴減衰以外に、全周波数領域で一定の減衰のケースと減衰定数が周波数に比例するケースを考慮した。一定減衰の値は一次の固有振動数に対する比例定数の値と同じにしている。さらに、非線形解析では SHAK<sup>6)</sup>による解析も行った。これらの事例解析の結果、次のような結論が得られた。

- 1) 弾性基盤のモード減衰を計算するのに、剛基盤の固有ベクトルを使うことができる。
- 2) SHAK<sup>6)</sup> は他の解析とは異なる応答を示し、加速度が大きく、変位は小さくなる。これらの傾向は既往の結果<sup>12)</sup>と調和的である。
- 3) 数 Hz を境として低振動数側ではどの解析もほぼ同じ挙動を示すが、高振動数側では差が現れる。弾性応答の方がより高い振動数まで同じ結果となる。
- 4) 周波数領域の解析では応力-ひずみ関係は楕円形になり、設定した応力-ひずみ関係より大きいせん断応力が作用する。このため、最大加速度は時間領域の解析に比べて大きい。
- 5) 一定減衰と周波数比例減衰を比較すると、最大ひずみは一定減衰の方が大きい。この傾向は時間領域の解析で顕著である。周波数比例減衰は時間領域の解析で数値計算の安定性を増す目的で使われることが多いが、ひずみを過小評価するということができる。

ただし、各解析で差があるとはいっても、SHAK<sup>6)</sup>を除けばその差は全体的に小さく、応答スペクトルでは高振動数の差はそれほど大きくない。従って、高振動数成分の応答が問題にならない場合にはどの手法を用いても構わないであろう。このことは、本来性質の異なる周波数領域の解析における周波数に依存する減衰と時間領域の解析におけるモード減衰を同じような意味に使ってもよいことを意味する。なお、周波数比例減衰を用いる場合には変位の評価が小さめであることにも注意が必要であろう。

#### 参考文献

- 1) 吉田望 (1998) : 有効応力解析は実現象をシミュレート出来るか, 建築基礎の設計施工に関する研究資料4、液状化地盤における基礎設計の考え方、日本建築学会構造委員会基礎構造運営委員会編、日本建築学会、pp. 47-92
- 2) Finn, W. D. L., Martin, G. R. and Lee, M. K. W. (1978): Comparison of dynamic analyses for saturated sands, Earthquake Engineering and Soil Dynamics, ASCE, GT Special Conference, Vol. 1, pp. 472-491
- 3) Singh, R. D. and Dobry, R. and Dobry, E. H. (1981): Nonlinear seismic response of soft clay sites, ASCE Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 107, No. GT9, pp. 1201-1218
- 4) 吉田望, 田蔵隆, 鈴木英世 (1995) : 地盤の非線形地震応答解析手法の比較, 第23回地震工学研究発表会, 土木学会, pp. 49-52
- 5) Gudehus, G. ed. (1981): 川本兆万, 桜井春輔, 足立紀尚訳, 地盤力学の有限要素解析 1, 2, 森北出版 (Finite Elements in Geomechanics, John Wiley & Sons, 1977)
- 6) Schnabel, P. B., Lysmer, J. and Seed, H. B. (1972): SHAK<sup>6)</sup> A Computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, Report No. EERC72-12, University of California, Berkeley
- 7) Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C.-F. and Seed, H. B. (1975): FLUSH a computer program for approximate 3-D analysis of soil-structure interaction problems, Report No. EERC75-30, University of California, Berkeley
- 8) 構造工学研究所 (1982) : Super-FLUSH 運用の手引き, pp.2-3~2-4
- 9) 吉田望 (1994) : 実用プログラム SHAK<sup>6)</sup> の適用性, 軟弱地盤における地震動増幅シンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp. 14-31
- 10) 萩原庸嘉, 清田芳治 (1992) : 地盤の歪依存性を考慮したモード別等価線形地震応答解析手法 その1 理論的背景と逆応答の計算例, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北陸), pp. 487-488
- 11) 杉戸真太, 合田尚義, 増田民夫 (1994) : 周波数特性を考慮した等価ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察, 土木学会論文集, No. 493/III-27, pp. 49-58
- 12) Yoshida, N., Kobayashi, S., Suetomi, I. and Miura, K. (2002): Equivalent linear method considering frequency

dependent characteristics of stiffness and damping, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Elsevier, Vol. 22, No. 3, pp. 205-222

- 13) 中村晋, 吉田望 (2002) : 周波数領域での地盤材料の動的変形特性に基づく地盤の非線形地震応答解析法の提案, 土木学会論文集, No.722/III-61, pp. 169-187
- 14) 吉田望, 末富岩雄 (1995) : DYNEQ A computer program for DYnamic response analysis of level ground by EQuivalent linear method, Version 3.25 (September, 2004), <http://boh0709.ld.infoseek.co.jp/>
- 15) 戸川隼人 (1975) : 有限要素法による振動解析, サイエンスライブラリー情報電算機33, サイエンス社
- 16) Joyner, W. B. (1975): A Method for Calculating Nonlinear Response in Two Dimensions, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 65, No. 5, pp. 1337-1357
- 17) 酒井久和, 吉田望, 澤田純男(2005) : 非線形地盤振動解析における時間積分法の誤差, 土木学会論文集, No. 794/I-72, pp. 291-300
- 18) 吉田望 (2004) : DYNES3D, A computer program for dynamic response analysis of level ground by effective stress-nonlinear method, Version 2.61, <http://boh0709.ld.infoseek.co.jp/>
- 19) 性能評価に基づく各種設計荷重の指針 (案) 報告書, (社) 建築研究振興協会, 1998
- 20) 末富岩雄, 沢田純男, 吉田望, 土岐憲三 (2000) : 地震動の上限値と地盤のせん断強度の関係, 土木学会論文集, No. 654/I-52, pp. 195-206

(受理 : 2006年2月21日)

(掲載決定 : 2006年9月26日)

# Effect of damping on earthquake response of ground and its accuracy

YOSHIDA Nozomu<sup>1)</sup>, SAWADA Sumio<sup>2)</sup>, NAKAMURA Susumu<sup>3)</sup>

1) Member, Professor, Tohoku-Gakuin University, Dr. Eng.

2) Member, Professor, Kyoto University, Dr. Eng.

Sumio Sawada, DPRI, Kyoto University, sawada@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp

3) Member, Professor, Nihon University, Dr. Eng.

## ABSTRACT

Accuracy of earthquake response analyses of ground is examined focusing on damping. In order to compare frequency domain analysis and time domain analysis under the same condition, functions to consider various frequency dependent damping are installed in the improved equivalent linear analysis, and modal damping, which has more frequency in determining damping with respect to frequency, is installed in the time domain analysis. Moreover, a method to build modal damping in the elastic base problem is proposed. Comparisons between frequency domain and time domain analyses and between constant damping and damping proportional to frequency are made by an example ground under both elastic and nonlinear conditions. It is found that both frequency domain and time domain analysis give nearly identical result under elastic response, which indicates that modal damping can be used for frequency dependent problem in the time domain analysis. In the comparison of nonlinear analysis, behaviors are also almost identical in frequency lower than several Hz, and slight difference appears in the high frequency regions. In addition, proportional damping has a tendency to evaluate maximum strain or maximum displacement smaller than constant damping.

Key Words: Earthquake response, Rayleigh damping, Modal damping, Hysteresis damping, Nonlinear, Equivalent linear