



## 微動の2点同時観測から求められる空間自己相関係数と位相速度に関する一考察

盛川仁<sup>1)</sup>・大堀道広<sup>2)</sup>・飯山かほり<sup>3)</sup>

1) 正会員 東京工業大学 大学院総合理工学研究科 博(工)

e-mail: morika@enveng.titech.ac.jp

2) 正会員 海洋研究開発機構 工博

e-mail: ohorim@jamstec.go.jp

3) 東京理科大学建築学科 工修

### 要 約

微動のアレー観測記録を用いた地盤構造の推定法にはこれまで、周波数-波数スペクトル法や空間自己相関法に基づいて位相速度を推定し、これを用いて逆解析によって構造を推定する、という方法が広く利用されてきた。これらの解析法を適用するにはできる限り正三角形に近い地震計配置のもとで、微動の多地点同時観測が必要となる。実際にこのような多地点での観測は、機材をはじめとして、人員、適当な観測場所の確保等、多くのリソースが必要となり容易に実行できない場合も少なくない。ところが、空間自己相関法の理論は、条件によっては2地点のみの観測から位相速度を推定可能であることを示唆しており、これらの問題解決に有効であると考えられる。そこで、微動が「様々な方向からまんべんなく」伝播していれば、2地点のみの同時観測から位相速度を推定することが可能であること、およびそのときの空間自己相関係数の確率論的性質を解析的に誘導した。また、実観測記録に基づいて、理論値と統計量の比較を行い、理論値と統計量の整合性が高い場合には、位相速度が適切に推定されることを示したが、それ以外の場合にも位相速度が適切に推定される場合があり、2点同時観測に基づく位相速度の推定が可能な条件の設定には再考を要することが示唆された。

キーワード：空間自己相関 (SPAC) 法，位相速度，微動，確率密度関数，観測

### 1. はじめに

微動を用いて地盤構造を推定するという事は、これまでも広く行われてきた。しばしば行われているように、1地点での3成分の微動観測に基づく水平動と上下動のスペクトル比(以下ではH/Vと呼ぶ)のピーク周期を見る手法を用いた場合、浅い構造を詳細に分類することが困難であることも少なくない。それに対して、アレー観測記録を用いて位相速度を推定し、地盤構造を同定する方法は一般にH/Vに比べて精度が高い反面、観測機材、人員、適切な観測場所の確保、長時間にわたる観測時間など多くの点で、1地点における単独3成分観測に比して非常に多くの手間、リソースが必要である。従って、単独の1地点観測に観測地点を1ヶ所増やすだけで、通常のアレー観測に近い精度で位相速度を概略推定することができれば、非常に便利かつ有用である。

微動のアレー観測では少なくとも4地点で同時観測を行って、周波数-波数スペクトル法(F-K法)<sup>1),2)</sup>や空間自己相関法(SPAC法)<sup>3)~7)</sup>などを用いて位相速度を推定することが行われる。SPAC法においては、円形アレーの中心におかれた観測点と円周上の観測点との空間自己相関の方位平均が位相速度の関数として理論的に表現されている。しかも、その理論展開の過程で、相関の方位平均をとることと、微動が種々の方向から到来する場合に1方向のみの2点同時観測記録の相関を用いることが、互いに同じ結果をもたらすであろうことが理論的に示唆されている。

微動のアレー観測を行ってSPAC法を用いて位相速度を推定している論文において、方位毎の空間自己相関係数の計算結果が掲載されていることは稀である。そのため、客観的な根拠を示すことはできないが、SPAC法を用いて微動の実観測記録から位相速度の推定を行ったことのある多くの人が、空間自己相関係数が相関をとっている2地点の方位角に依存せず、ほぼ同じ値をとるという事例を経験しているようである。このことは、方位平均をとらなくてもある2地点間の空間自己相関を計算するだけで位相速度を正しく推定できるような何らかの条件が存在するのではないかと、この期待を持たせるには十分である。

Aki<sup>3)</sup>は微動が等方的に到来する場合およびある特定の方向にのみ伝播する場合については方位平均をとらなくても空間自己相関係数が求められることを示している。ここでAki<sup>3)</sup>が言う「等方的」とは、その定式化によると微動のパワースペクトルが微動の伝播方向に依存せず等しい、というものである。しかし、実際には、このような厳しい条件を満たしていないように思われる観測記録であっても上に述べたような空間自己相関係数が方位角に依存しないような事例も存在するようである。したがって微動が様々な方向から到来していればそのパワーが到来方向によって異なっていても(ただし、いずれの方向に伝播する微動もそのパワーはゼロではない)、2地点での微動の同時観測のみで位相速度を推定できるかもしれない、と期待される。

以下では、微動が様々な方向から到来してそのパワーは伝播方向に依存するが、すべての方向に対してそのパワーがゼロでないような場合を、Aki<sup>3)</sup>が言う「等方的」と区別して便宜的に「様々な方向からまんべんなく到来」とするという表現を用いることとする。すなわち、すべての方位に対して微動のパワーが有意に存在すれば「様々な方向からまんべんなく到来」としていると定義する。この定義はやや散文的であるため、もう少し厳密に表現すると、

- ある短い時間の間にはある特定の方向からのみ微動が到来する。
- それぞれの区間ごとに微動の到来方向は変化するが、その確率論的性質は一様分布に従う。

となる。なお、これらの数学的表現は、前者が式(6)に、後者が式(10)に対応している。

2つめの定義は、「等方的」であることに比べて非常に緩い条件であるように見えるが、1つめの定義は、様々な方向から同時に到来しているであろう実際の微動伝播の状況を考慮すると現実にはかなり厳しい条件を要求している。従って、「等方的」であることと「様々な方向からまんべんなく到来」していることは互いに似て非なる関係にあることには注意が必要である。

1秒よりも長いやや長周期領域では、脈動成分が卓越しており、海から伝播してくる波が定常的に存在すると考えられる。そのため、2点同時観測を方位を変えて繰り返した後、方位平均をとることで妥当な結果が得られることが知られている<sup>8)</sup>。これは、脈動は一方向に伝播する波が極端に卓越する場合があり、その場合には方位平均が必要となることを意味している。

一方、短周期領域では微動源として自動車をはじめとする人間生活にかかわる種々の人工的な振動が考えられるため、様々な方向から微動が到来する、と仮定することができる。Chávez-García *et al.*<sup>9)</sup>は30分ほどの観測記録に基づいて方位平均の必要性についての検討を行っており、ある程度短い波長の微動に対しては方位平均なしでも妥当な結果が得られることを示している。さらに、近年、改めて注目されている Seismic Interferometry (地震波干渉法)<sup>10)</sup>をもとに、Yokoi and Margaryan<sup>11)</sup>はSPAC法において方位平均を必ずしも必要としない条件が存在し得ることを解析的に示唆している。

これらの研究成果は、SPAC法を用いた位相速度の推定において方位平均が不要な場合がありうる、すなわち、2地点での同時観測を行うだけで位相速度を推定可能であるということを期待させるものである。2地点のみの同時観測によって、位相速度を推定可能であることが明らかになれば、あるいは、2点同時観測で位相速度を推定可能な条件が明らかになれば、機材や人員の面で大幅に観測リソースを削減できることになり、浅い地盤構造の推定において極めて有用となるであろう。

SPAC法の方位平均の必要性に関する具体的な検討は、Chávez-García *et al.*<sup>9)</sup>以外には、これまでほとんど行われていない。さらに、2地点のみで観測された記録が位相速度の推定に必要な条件を解析的に表現可能であるのか、もし可能であるとすれば、それは得られた観測記録のみを用いて確認することが可能なのか、それを実現する具体的かつ実施可能な手法が存在するのか、等の実用上重要な問題について明快に述べられた研究成果は今のところないようである。

そこで、本研究では、様々な方向からまんべんなく Rayleigh 波が到来しているような波動場を考え、そこで観測された波形から SPAC 法における方位平均を省略しても正しく位相速度を推定可能であるのか、またどのような条件の時にそれが可能であるかについて極めて基本的な検討を行う。

まず最初に、様々な方向からまんべんなく Rayleigh 波が到来しているような波動場を仮定し、ひとつの作業仮説としてその数学的表現を試みる。そのうえで、仮定された波動場において2地点で同時観測を行った場合に、その仮説のもとでは空間自己相関係数がどのように推定されるか、を解析的に議論する。さらに、その仮説に基づいて Rayleigh 波が様々な方向からまんべんなく到来しているかどうかを判定する方法について考察する。

最後に実観測記録を用いて上の議論の妥当性を検証する。検証にあたっては作業仮説の妥当性の判断が重要となるが、直接的にこの判断を行う方法は存在しない(正確には、著者らには思いあたらない)。そのため、地盤構造がわかっている場所において微動の2点同時観測を実施し、それをもとに作業仮説に基づいて推定された位相速度が地盤構造から理論的に予想される位相速度とどの程度対応しているかを調べることで間接的に作業仮説の妥当性について議論する。もちろん、本論文で示す作業仮説以外にも種々の仮説が存在し得るだけでなく、それらの仮説からでも妥当な位相速度を推定することは可能であると考えられる。そのため、この議論から得られる結論は「作業仮説が誤っている」という否定か「作業仮説が誤りであるとは断定できない」という消極的肯定である。さらに、応用例として2点同時観測による簡易なアレー観測を地盤構造が未知の地点に適用した結果もあわせて示す。

## 2. 二地点同時観測記録を用いた空間自己相関係数の導出

### 2.1 問題設定と従来の SPAC 法

SPAC法の理論的背景の誘導については多くの文献<sup>3)~7)</sup>に詳しいので、以下では、本研究の議論において必要となる部分から式の展開をはじめめる。

まず、図1にパラメータの定義を示す。空間自己相関法では、半径  $r$  の円形アレーの中心と円周上に観測点を配置するので、図1はその様子を表している。定常確率過程と看做す Rayleigh 波  $X(t)$  の伝播方向を  $\varphi$  とし、中心および  $\theta$  方向にある観測点で観測される微動の上下動成分をそれぞれ、 $X(t, r_0)$ 、 $X(t, r_0 + r_1)$  とする。ここで、 $r_0$  はアレーの中心点の位置ベクトル、 $r_1$  はアレーの中心点から円周上の観測点に向かうベクトルである。

このとき微動の上下動成分の空間自己相関を求めると以下ようになる。

$$S(r, \omega, \theta) = \int_{-\pi}^{\pi} \exp[ikr \cos(\varphi - \theta)] \cdot h(\omega, k, \varphi) k d\varphi \quad (1)$$

ここで、 $h(\omega, k, \varphi)$  は微動のパワースペクトル密度関数、 $k$  は微動の波数、 $\omega$  は円振動数、 $i = \sqrt{-1}$  である。なお、式(1)は微動の上下動成分は Rayleigh 波の基本モードのみから構成されている、という仮定の下で誘導されていることに注意が必要である。短周期領域の微動を扱う場合、Rayleigh 波の高次モードの影響が無視できない場合があることが知られているが(たとえば、大堀ほか<sup>12)</sup>)、以下の議論では高次モードについては考慮しない。

式(1)において、 $r = 0$  とおくと、

$$S(0, \omega, \theta) = \int_{-\pi}^{\pi} h(\omega, k, \varphi) k d\varphi \quad (2)$$

となり、微動のパワーに関する関係式を得る。

通常の SPAC 法では式(1)の方位平均をとる、すなわち、振動数  $\omega$  の調和成分ごとに  $\theta$  について  $[-\pi, \pi]$  の区間で積分をとって  $2\pi$  で割り、その後、中心点でのパワーで正規化することで空間自己相

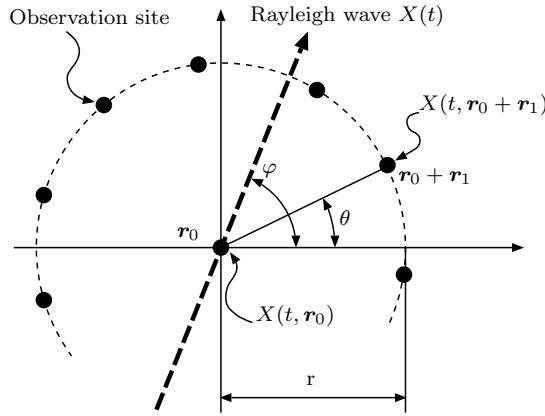


図1 パラメータの定義と観測点の配置

関係数  $\rho(\omega; r)$  を以下のように求めている。

$$\rho(\omega; r) = J_0 \left( \frac{\omega r}{c(\omega)} \right) \quad (3)$$

ここで、 $J_0(\cdot)$  は第1種0次のベッセル関数で、 $c(\omega)$  は Rayleigh 波の位相速度である。

実際の観測記録から空間自己相関係数を求める場合、松岡ら<sup>6)</sup>のように、2地点の観測記録のクロススペクトルを計算してその実部の方位平均をとることで式(3)の左辺を要領よく求めることが可能である。すなわち、

$$\rho(\omega; r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\Re[S_{0r}(\omega, \theta)]}{\sqrt{S_{00}(\omega)S_{rr}(\omega, \theta)}} d\theta \quad (4)$$

によって求められる。ここで、 $S_{00}(\omega)$  と  $S_{rr}(\omega, \theta)$  は、中心点と円周上の方向  $\theta$  における観測点での微動のパワースペクトル密度関数、 $S_{0r}(\omega, \theta)$  はこれら2地点での微動のクロススペクトル密度関数、 $\Re[\cdot]$  は実部をとることを表している。なお、クロススペクトルやパワースペクトルの計算では、振動数軸方向に適当な平滑化をおこなって滑らかなスペクトルを求めることが行われる。そのため、式(4)の計算では、平滑化を行ったのち、2地点のパワースペクトルの相乗平均で正規化して、方位平均をとる、という手順で自己相関係数を求めることになる。実部のみをとるのは、方位平均をとった結果、空間自己相関係数が実数になって虚部が0になることを利用したものである。

## 2.2 二点同時観測記録に基づく空間自己相関係数

式(1)からわかるように、式(1)の方位平均をとる演算は  $\theta$  に関する積分であるが、 $\varphi$  に関する積分とはほぼ対称となっており、このことが、方位平均をとるかわりに、ある特定の方向  $\theta = \theta_0$  で様々な方向から伝播してくる波を観測して空間自己相関係数を計算することで式(1)の方位平均を代用可能である、と考える理論的根拠である。ところが、式(1)をよく見ると被積分関数のなかに  $\varphi$  を変数として含む関数  $h(\omega, k, \varphi)$  があるために、式(1)の積分は容易には実行できないことがわかる。

Aki<sup>3)</sup>は微動が等方的に到来する場合には、 $h(\omega, k, \varphi) \equiv h(\omega, k)$  と表わせるとして、式(1)の積分を実行している。すなわち、

$$S(r, \omega, \theta) = \int_{-\pi}^{\pi} \exp[ikr \cos(\varphi - \theta)] \cdot h(\omega, k) k d\varphi = 2\pi k J_0(kr) h(\omega, k) \quad (5)$$

を用いて空間自己相関係数  $\rho(\omega; r)$  が式(3)となることを示している。

以下では、微動が等方的に到来する場合よりも緩い条件である様々な方向からまんべんなく微動が到来している場合に、ある特定の方向  $\theta_0$  に並んでいる2つの観測点で同時観測を行った場合について議論する。

様々な方向からまんべんなく微動が到来するという波動場を表現するために、微動の伝播方向  $\varphi$  が確率変数でその実現値が  $\tilde{\varphi}$  なる値をとる、という仮定を導入する。ただし、以下の定式化ではひとつの標本では微動の到来方向が一方に限定されると仮定している。このことは、一般に考えられているように同時に種々の方向から到来する微動のイメージとはやや異なるものである。そのため、この仮定および数学的表現上の種々の問題点や注意点については2.5節においてまとめて述べているので参照されたい。

このとき、Aki<sup>3)</sup> にならって、ある特定の方向にのみ伝播する微動をデルタ関数  $\delta(\varphi - \tilde{\varphi})$  として表現することで空間自己相関係数を計算することができる。すなわち、

$$S(r, \omega, \theta) = \int_{-\pi}^{\pi} \exp[ikr \cos(\varphi - \theta)] h(\omega, k, \varphi) \delta(\varphi - \tilde{\varphi}) k d\varphi = k \exp[ikr \cos(\tilde{\varphi} - \theta)] h(\omega, k, \tilde{\varphi}) \quad (6)$$

となる。

いま、2つの観測点は固定されているため、図1の横軸をどのようにとっても結果が変わることはない。従って、一般性を失うことなく  $\theta = \theta_0 \equiv 0$  とする。このとき、式(6)は、

$$S(r, \omega; \tilde{\varphi}) = k \exp[ikr \cos \tilde{\varphi}] h(\omega, k, \tilde{\varphi}) \quad (7)$$

となる。ここで、変数  $\theta$  は上記の理由により省略されており、また、相関関数は式(6)では、 $r, \omega, \theta$  の関数であったが、式(7)では、 $r, \omega, \tilde{\varphi}$  の関数となっている。中心点においては、式(7)において  $r = 0$  と置くことにより、

$$S(0, \omega; \tilde{\varphi}) = kh(\omega, k, \tilde{\varphi}) \quad (8)$$

が得られる。仮定より、 $h(\omega, k, \tilde{\varphi}) \neq 0$  ( $\forall \tilde{\varphi} \in [-\pi, \pi)$ ) なので、式(7)を式(8)で正規化することができて2地点間の相関係数  $\rho_0(\omega; r, \tilde{\varphi})$  は、

$$\rho_0(\omega; r, \tilde{\varphi}) \equiv \frac{S(r, \omega; \tilde{\varphi})}{S(0, \omega; \tilde{\varphi})} = \exp[ikr \cos \tilde{\varphi}] \quad (9)$$

と求められる。

さて、波が様々な方向からまんべんなく伝播してくる、ということ表現するために、伝播方向  $\varphi$  を確率変数であるとしたが、「まんべんなく」に対応する  $\varphi$  の確率論的性質として、 $\varphi$  が半開区間  $[-\pi, \pi)$  で一様分布する確率変数であることができるであろう。このとき、 $\varphi$  の確率密度関数は  $\frac{1}{2\pi}$  となるので、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の平均を求めると、

$$E[\rho_0(\omega; r, \varphi)] = \int_{-\pi}^{\pi} \exp[ikr \cos \varphi] \frac{1}{2\pi} d\varphi = J_0(kr) \quad (10)$$

となる。ここで、 $\tilde{\varphi}$  をもとの確率変数  $\varphi$  に戻して標記している。式(3)と(10)を比較すると、

$$E[\rho_0(\omega; r, \varphi)] = \rho(\omega; r) = J_0\left(\frac{\omega r}{c(\omega)}\right) \quad (11)$$

が得られる。

以上の結果は、様々な方向からまんべんなく伝播してくる微動を式(6)のように確率変数  $\varphi$  を用いて表現することができるならば、ある特定の2地点で微動を同時観測し、その相関係数の平均をとれば方位平均をとることなく空間自己相関係数を求めることができることを示している。

式(11)はアンサンブル平均の意味での平均をとることによって空間自己相関係数を求めることができることを示しているが、実際の観測記録を用いてアンサンブル平均をとることは現実には不可能である。そのため、記録のエルゴード性を仮定し、記録を適当な区間に分割し、各区間ごとに式(4)によってクロススペクトルの実部を求めてパワースペクトルで正規化して得られた相関係数をすべての区間について算術平均をとることによって空間自己相関係数を求める、という手順をとることになる。ただし、通常のスペクトルの計算で用いられる振動数軸方向の平滑化は、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の確率論的性質を議

論する上で、式 (10) から予想される理論上の性質とは別の確率論的性質を持ち込むことになる。そのため、後述する 実際の微動の 2 点同時観測記録を用いた空間自己相関係数の計算では、平滑化は行わないで議論を進める。

### 2.3 空間自己相関係数の確率密度関数

2 地点での同時観測記録を用いて得られた空間自己相関係数がどのような確率論的性質を有しているか、を理論的に知っておくことは、2 点同時観測のみで推定された位相速度の妥当性を判断する上で重要である。

そこで、まず最初に、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の実部に関する確率密度関数を誘導する。これは、式 (4) に見られる通り、クロススペクトルの実部を使って空間自己相関係数を求めるので、それに対応するものである。虚部についても同様に求めることが可能であるが、ここでは省略する。

式 (9) の実部を確率変数  $\varphi$  の関数として、改めて、

$$\rho_{\Re} \equiv \Re\{\exp[ikr \cos \varphi]\} = \cos(kr \cos \varphi) \quad (12)$$

と書きなおし、 $\varphi$  が区間  $[-\pi, \pi]$  において一様分布する確率変数とする。このとき、式 (12) の逆関数  $\varphi = g(\rho_{\Re})$  を用いて  $\rho_{\Re}$  の確率密度関数を求める。すなわち、 $\varphi$  の確率密度関数 (PDF) を  $f_{\Phi}(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$ 、 $\rho_{\Re}$  の PDF を  $f_{P_{\Re}}(\rho_{\Re})$  とすると、 $f_{P_{\Re}}(\rho_{\Re})$  は、

$$f_{P_{\Re}}(\rho_{\Re}) = 4 \cdot f_{\Phi}(g(\rho_{\Re})) \cdot \frac{dg(\rho_{\Re})}{d\rho_{\Re}} \quad (13)$$

によって求められる。ここで、以下のような理由によって式 (13) に係数 4 が含まれている。式 (12) の逆関数  $\varphi = g(\rho_{\Re})$  は  $\varphi$  のとりうるすべての値  $[-\pi, \pi]$  に対して定義することができない。そこで、 $\varphi = g(\rho_{\Re})$  が 1 価関数となる区間  $[0, \pi/2]$  においてのみ  $g(\rho_{\Re})$  を定義して、式 (13) の右辺の微分を求め、式 (12) の対称性を利用してこれを 4 倍している。ただし、このことが成立するのは  $0 < kr \leq \pi$  の場合である。

式 (12) の逆関数は、 $\varphi$  の区間  $[0, \pi/2]$  において、 $0 < kr \leq \pi$  のとき、

$$\varphi = \cos^{-1} \left\{ \frac{1}{kr} \cos^{-1} \rho_{\Re} \right\} \quad (14)$$

となる。このとき、式 (13) は、

$$f_{P_{\Re}}(\rho_{\Re}) = \frac{4}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(1 - \rho_{\Re}^2) \{ (kr)^2 - (\cos^{-1} \rho_{\Re})^2 \}}} \quad (15)$$

となる。ここで、 $\rho_{\Re}$  のとりうる値の範囲は、开区間  $(\cos(kr), 1)$  である。図 2 にいくつかの  $kr$  の値について  $f_{P_{\Re}}(\rho_{\Re})$  の形状を示した。

なお、 $\rho_{\Re}$  の確率密度関数は、 $n\pi < kr \leq (n+1)\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) ごとに異なる関数形となるが、陽な形で書き下すことは困難であるため、ここでは  $n = 0$  の場合のみを示した。 $\pi < kr$  の場合には  $\rho_{\Re}$  のとりうる値の範囲は开区間  $(-1, 1)$  である。

### 2.4 空間自己相関係数の平均と分散

続いて、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の平均と分散を求める。 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  は複素数であるため実部と虚部に分けてそれぞれについて平均及び分散を求める。式 (15) のモーメントを直接計算して平均や分散を求めることは簡単ではないため、式 (9) に戻って求める。平均については、既に、式 (11) において求められているため重複するが、実部と虚部にわけて改めて計算した結果を示しておく。

$\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の実部と虚部について、それぞれ平均を求めると以下ようになる。

$$E[\Re\{\rho_0(\omega; r, \varphi)\}] = E[\cos(kr \cos \varphi)] = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(kr \cos \varphi) \frac{1}{2\pi} d\varphi = J_0(kr) \quad (16)$$

$$E[\Im\{\rho_0(\omega; r, \varphi)\}] = E[\sin(kr \cos \varphi)] = \int_{-\pi}^{\pi} \sin(kr \cos \varphi) \frac{1}{2\pi} d\varphi = 0 \quad (17)$$

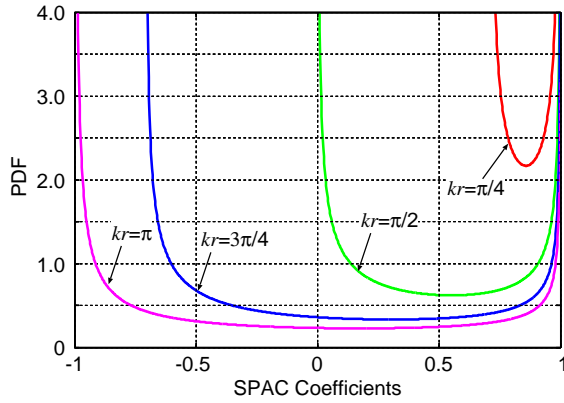


図2  $\rho_{\Re}$  の確率密度関数  $f_{P_{\Re}}(\rho_{\Re})$  の例

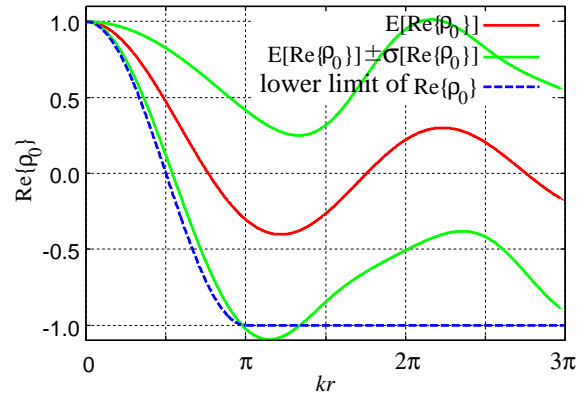


図3  $\rho_{\Re}$  の期待値，標準偏差の幅，下限値

ここで、 $\Im[\cdot]$  は虚部をとることを表している。上の2つの式は、当然のことながら、式(11)と同じ結果である。

$\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の分散を求めるために、その実部および虚部の2乗の平均をそれぞれ求めると、

$$E[\Re\{\rho_0(\omega; r, \varphi)\}^2] = \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2(kr \cos \varphi) \frac{1}{2\pi} d\varphi = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1 + \cos(2kr \cos \varphi)}{2} \frac{1}{2\pi} d\varphi = \frac{1}{2}(1 + J_0(2kr)) \quad (18)$$

$$E[\Im\{\rho_0(\omega; r, \varphi)\}^2] = \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2(kr \cos \varphi) \frac{1}{2\pi} d\varphi = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1 - \cos(2kr \cos \varphi)}{2} \frac{1}{2\pi} d\varphi = \frac{1}{2}(1 - J_0(2kr)) \quad (19)$$

となる。これらを用いると、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の実部および虚部の分散はそれぞれ、

$$\text{Var}[\Re\{\rho_0(\omega; r, \varphi)\}] = \frac{1}{2}(1 + J_0(2kr)) - \{J_0(kr)\}^2 \quad (20)$$

$$\text{Var}[\Im\{\rho_0(\omega; r, \varphi)\}] = \frac{1}{2}(1 - J_0(2kr)) \quad (21)$$

となる。図3に式(16)、(20)を $kr$ に対してプロットしたものを示す。これらの式は逆関数を用いて求めていないため、 $kr$ の値による制約はない。また、あわせて、 $\Re\{\rho_0(\omega; r, \varphi)\}$  の下限値も示した。

後の議論において、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の実部の平均値  $J_0(kr)$  と式(20)の分散について、観測値から統計的に求まる分散と、平均値を使って式(20)から理論的に求められる分散とを比較する。ただし、平均値が  $J_0(kr)$  の関数であるのに対して、分散は、 $J_0(2kr)$  を含む関数であるため、平均値から直接、分散を求めることはできない。ベッセル関数の加法定理を用いて  $J_0(2kr)$  を  $\{J_n(kr)\}^2$  ( $n = 0, 1, \dots, \infty$ ) の無限級数に書き換えることは可能であるが、上に述べたような比較のためにはあまり有効な計算法とは言えない。そこで、次節の実データへの適用に当たっては、観測から求められた  $J_0(kr)$  の値から、観測値を満足する  $kr$  の値を求め、その値から  $J_0(2kr)$  を計算して統計量と比較する、という計算法を採用する。

## 2.5 空間自己相関係数の導出に関する考察

ここまでの議論において、様々な方向からまんべんなく到来する微動を式(6)によって表現したうえで、その微動を2地点で同時観測してその相関係数を求めて平均をとることにより空間自己相関係数が得られることを示した。しかし、最初、波の伝播方向を確率変数  $\varphi$  の実現値  $\tilde{\varphi}$  を用いて固定して扱った後、それを再び確率変数として平均を求めるという手順が、式(1)を評価する方法として本当に妥当であるかどうか、については再考の余地がある。この疑問に対して容易に答えることはできないため、本項ではこの問題を含むいくつかの問題について想定される考察しておくべき項目を列挙して今後の検討課題として残しておきたい。

式(6)のように実現値を用いて積分を確定的に実行したのち、得られた  $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  を確率変数として取り扱うことには数学的な問題はないと考えられる。しかし、この表現は、一回の観測では一方向にのみ伝播する微動のみしか扱っていないことになる。実データを用いて式(11)の  $E[\rho_0(\omega; r, \varphi)]$  を計



算する際には、長時間の観測記録をいくつかの区間に分割した上でその区間内では定常である、という仮定をおいたうえで算術平均によって求めている。これは、長時間の観測によってさまざまな  $\varphi$  の実現値が得られることを期待しているためである。しかし、これは微動の伝播方向が時間的に変動するような状況を暗黙のうちに仮定していることになり、式 (6) の表現とは異なる現象を扱っているようにもみえる。

微動の伝播方向が時間的に変動するような状況を考える場合、 $\varphi$  は時間的に変動するような確率過程であると考えることができる。このように考えると、 $\varphi$  は、たとえばブラウン過程であると仮定して、式 (1) を白色雑音によって積分するというようなことを考えなくてはならないであろう。その場合には、通常のリーマン積分の枠組みで積分することができず、たとえば、Itô 積分のようなものを考慮する必要がある。このようにして、式 (1) を評価したときにも式 (11) と同じ結果になるのかどうか、については現時点では不明である。従って、 $E[\rho_0(\omega; r, \varphi)]$  の計算には前述のような便法によって計算をすることが現実的な選択肢とならざるを得ない。

ある瞬間での伝播方向が 1 つに限られる場合は、伝播方向をブラウン過程として扱うことも可能である。しかし、実際の微動は同時に様々な方向から伝播してきている、ということのほうが一般的であろう。このような状況下では  $\varphi$  を固定して式 (1) の被積分関数を積分記号の外に出すことには問題がある。より一般的な状態に対応可能なように式 (1) を直接積分する方法についてはさらなる検討が必要であろう。

次の問題は、2 地点で微動の同時観測を実施し、その記録から式 (10) を計算して位相速度を求めようとする場合、その記録が本論文で設定した仮定、すなわち式 (6) を満足しているかどうかをなんらかの方法で判定しなくてはならない、という問題である。つまり、微動が様々な方向からまんべんなく到来していないにもかかわらず、式 (11) を用いて位相速度を推定したならば、得られた位相速度は全く信頼できないものとなる。このような問題を避けるために推定結果の一種の品質管理が必要となるのである。

この問題も直接的に解決する方法を発見することができなかつたため間接的な方法によらざるを得ない。もしも、観測記録が設定した仮定を満足していれば式 (9) の  $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の統計的性質 (式 (15) や (20), (21)) も満足されるはずである。従って、観測記録から求められた十分な数の  $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の実現値からこれらの統計量を調べることによって仮定が満足されているかどうかをある程度は判断することが可能であると期待される。もちろん、逆は必ずしも真ではないので、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の統計的性質が式 (15) や (20), (21) を満足したからといって仮定が満足されているとは限らない。この検討から得られる結論は、「観測記録は仮定を満足していない」という否定が「観測記録は仮定を満足していないわけではない」という消極的肯定である。推定結果の品質管理としては極めて不十分な判定方法であり、より適切な判定方法について今後の検討を要する。

最後に、空間自己相関係数のばらつきについて述べる。式 (1) は本来、確定的に決定される量である。なぜなら、 $h(\omega, k, \varphi)$  は確率過程としての微動のパワースペクトル、すなわち統計量であるからである。もしも、我々が無限にサンプルを得ることができて  $h(\omega, k, \varphi)$  を決定することができれば、空間自己相関係数  $\rho(\omega; r)$  は確定量となる。しかし、有限個のサンプルから求められる  $\rho(\omega; r)$  はある種のゆらぎを持って推定されることになる。このゆらぎはサンプル数が大きくなればゼロに収束するべきものであり、これらのことは大数の法則から容易に理解される。

一方、本論文で確率変数として導入した微動の伝播方向  $\varphi$  は本来的な確率変数として取り扱おうとするものである。すなわち、確率変数の関数として式 (9) を再定義することで  $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  を改めて確率変数として取り扱う。従って、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  の確率論的性質は  $\varphi$  の確率密度関数によって完全に記述されることになる。もちろん、現実のデータを取り扱う場合には有限個のサンプルを扱うことになるため、 $\rho_0(\omega; r, \varphi)$  のゆらぎは統計量としての不安定さに起因するゆらぎと確率変数  $\varphi$  の関数としての確率論的なゆらぎの両者を含むことになる。しかし、十分な数のサンプル数が得られれば前者は後者に比べて無視しうるものと考えられる。

しかし、次章以降の実際の記録の解析で行っているように、スペクトルの計算において平滑化を行わない場合、求められるスペクトルはいわゆる「生のスペクトル」であり、変動係数が 1 の非常に大きなゆらぎが本来的に含まれる。そのため、平滑化を行わないスペクトルから計算された空間自己相関関数はスペクトルがもつ統計的なゆらぎの影響を大きく受けていて、確率変数と考えている微動の



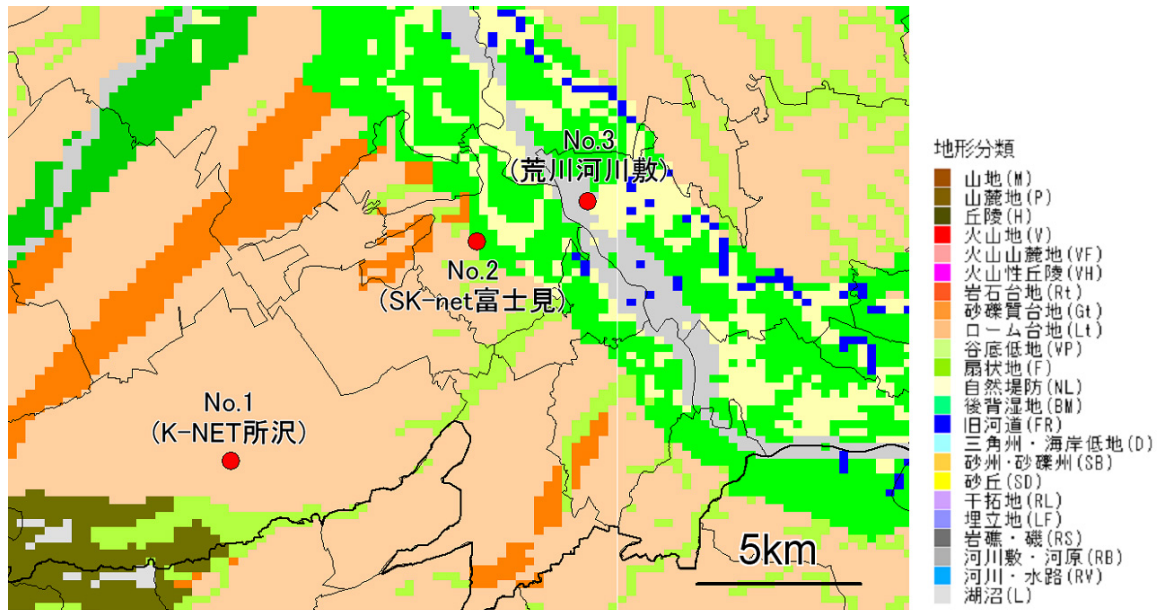


図4 観測場所と地形分類



図5 地震計の設置状況 (No. 3 荒川河川敷)。段ボール箱は風よけで、それぞれの箱に1成分ずつ地震計がおかれている。三脚はGPSのアンテナと端末。

伝播方向に起因する空間自己相関係数の統計的性質を必ずしも適切に反映しない可能性がある。これは、十分なサンプルが得られればよし、とする上の記述とは矛盾しており、4.3節および4.4節の結果を議論する際には、このような問題があることについて十分に注意を払う必要である。

本論文では、このように種々の理論上の未解決な問題が内包されていることを念頭においた上で、前節までに述べてきた枠組みのなかで、実記録との対応について議論を進めていくこととする。

### 3. 観測

前節で得られた2地点の同時観測に基づく空間自己相関係数が実際の観測記録においてどのように実現されるか、を実観測記録を用いて検討する。様々な方向から微動が伝播しているという仮定が成立するのは、短周期領域の微動であることが予測されるため、浅い部分の地盤構造がわかっている地点において短周期の微動観測を実施した。

方位平均を省略して推定された位相速度が、既知の地盤構造から理論的に予想される分散曲線とよい一致を示せば、少なくとも方位平均をとらなくても位相速度を推定可能な場合がある、ということが示されることとなる。また、そのうえで、記録された微動が様々な方向からまんべんなく到来しているような波動場の記録と見做せるかどうかについて、前節で述べた統計量による消極的な検証を行おうとするものである。

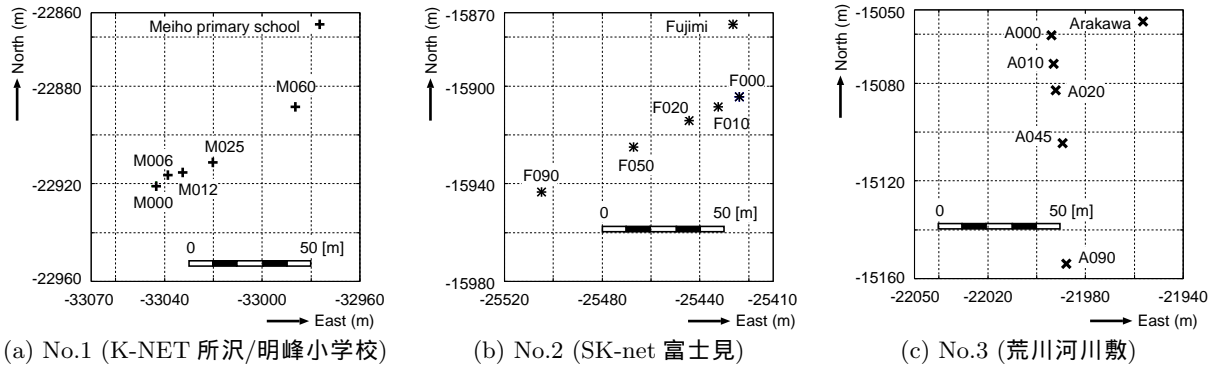


図6 各観測地点における地震計の位置

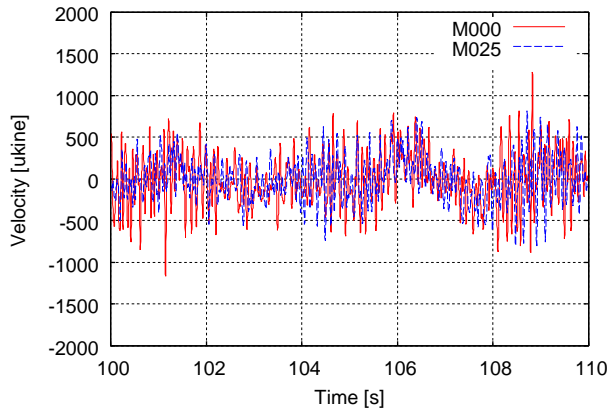


図7 観測された時刻歴波形の例 (No.1 の M000 と M025 における上下動成分)

### 3.1 観測場所

観測場所には、首都圏近郊で浅層のボーリングデータがある地点をリファレンスとして選んだ。また、手法の適用先としてリファレンスとは地盤構造が異なることが予想される地点をリファレンスの近くで2ヶ所選んだ。図4に観測地点と周辺の微地形区分を示す。図中、No.1のK-NET所沢(所沢市立明峰小学校校庭)がリファレンス地点であり、No.2のSK-net富士見(富士見市役所)およびNo.3の荒川河川敷はNo.1とは異なる地盤条件であることがわかる。

### 3.2 観測方法

観測システムとして、固有周期2秒の動コイル型速度計を3成分2セット用いて、No.1~3の各観測点ごとに3成分の2地点同時観測を行った。観測にあたっては、2セットの地震計の間の距離を変化させ、それぞれの地点で4種類の距離を設定して観測を行った。

記録は、すべての地震計の出力(6成分)を有線で接続し、適当なローパスフィルタおよび増幅機を介して16bit分解能のデジタルレコーダに信号を入力して記録した。ローパスフィルタのカットオフ周波数は10 Hz、減衰特性は $-12 \text{ dB/oct.}$ 、サンプリング周波数は、観測点間隔が25m以下の場合1 kHz、25 mを超える場合は500 Hzとした。また、記録時間は15分以上である。

地震計の位置はGPSによるディファレンシャル測位によって決定し、2地点の相対位置は10mm以内の精度で決定している。また、やや長周期領域における風の影響を避けるために図5に示すように段ボール箱で風よけをしたうえで観測を行っている。

なお、地震計の設置時の特性を用いて後処理として計器補正を行うために、地震計を設置するごとに振り子の自由振動とステップレスポンスを記録している。前者については、シャント抵抗をはずした状態で自由振動をさせ固有周期を測定し、また後者についてはシャント抵抗を接続した状態で地震計のコイルに電流を流したり止めたりすることで得られるステップレスポンスの形状から減衰定数を求めている。ステップレスポンスは、各観測の直前に10回程度づつ記録し、得られた減衰定数の平均値を当該観測時の減衰定数として採用している。

表 1 No.1 (K-NET 所沢) の速度構造

	S 波速度 [m/s]	密度 [t/m <sup>3</sup> ]	層厚 [m]
1	130	1.30	4.0
2	180	1.50	7.0
3	355	1.70	5.0
4	835	1.72	∞

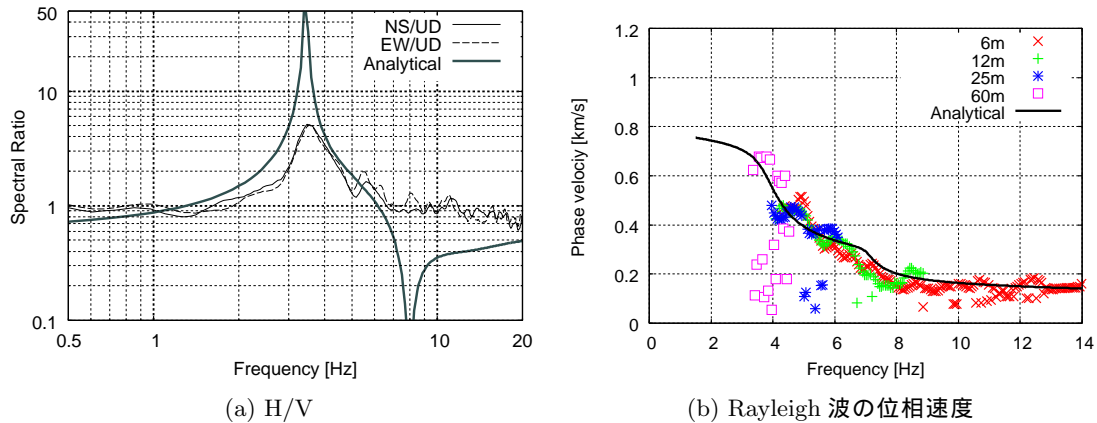


図 8 No.1 (K-NET 所沢) における H/V および位相速度とその理論曲線

各観測地点における地震計の配置を図 6 に示す。各観測点ごとに固有のアルファベットを与え (No.1 は M, No.2 は F, No.3 は A), 3桁の数字と共に各地震計位置のコード名を構成している。000 は固定点として常に同じ場所で観測を続け, 0xx は移動点とし, 000 と 0xx の 2 地点で同時観測を行っている。このとき, xx は固定点から移動点までのだいたいの距離 (メートル単位) を表している。図中の横軸および縦軸は UTM 座標である。

### 3.3 解析

解析にあたっては, ステップレスポンスから振り子の減衰定数を推定し, 観測時に計測した振り子の固有周期とあわせて, 得られた微動記録の計器補正を行っている。固有周期 2 秒の地震計を用いているが, このようにして計器補正を厳密に行うことで, 約 8 秒程度までは振幅, 位相とも安定した記録を得られることを確認している。また, 短周期側は 10 Hz のカットオフをもつローパスフィルタを通して十分なパワーの微動が存在するため, 20 Hz 程度までは解析可能である。また, ローパスフィルタの特性は十分にそろっていることを確認している。以下の解析結果はいずれも, 計器補正を行って得られる地動速度に基づいて 20 Hz 以下の周波数範囲において議論を行っている。

微動記録の解析では, No.1 地点では約 16 秒, その他の地点では約 65 秒のノイズが少ないと思われる区間を各観測記録毎に 10 区間程度ずつ切り出してフーリエ変換を行い, フーリエスペクトルを求め, 水平動と上下動のスペクトル比を計算して H/V を求めた。

また, 同時に観測を行った 2 地点の記録からクロススペクトルを求め, SPAC 法を適用して (ただし, 方位平均はとらない), Rayleigh 波の位相速度を求めた。SPAC 法の適用にあたっては, H/V の計算と同様に, 各観測記録毎にノイズが少ないと思われる区間を 10 区間程度選んで, 各区間ごとに同時に観測を行った 2 地点の記録のクロススペクトルを求め, 式 (4) の被積分関数の値をすべての区間について算術平均をとり, それを空間自己相関係数とした。ただし, 算術平均をとる前にスペクトルの計算において周波数軸方向に Hanning フィルタを 5 回かけて平滑化している。

## 4 . No.1 地点における解析結果と考察

### 4.1 H/V と位相速度の推定

No.1 (K-NET 所沢) 地点は K-NET の観測点であるため、工学的基盤面までのボーリングデータを参照することができる。そこで、No.1 地点における観測記録をリファレンスとして、種々の検討を行う。

図 7 に No.1 の明峰小学校校庭における約 25m 離れた 2 つの観測点 M000 と M025 で同時に記録された微動波形の一例を示す。長周期成分は位相がよくあっていること、また短周期成分にも互いに対応する波群が見られることが目視でもわかる。

No.1 地点の K-NET 所沢 (明峰小学校校庭) におけるボーリングデータによって、工学的基盤面までの速度構造が明らかになっており、その速度構造は表 1 に示す通りである。表中の最下層の層厚は不明であるため、便宜上、 $\infty$  と示している。表 1 の速度構造を用いて Rayleigh 波の ellipticity および位相速度を計算し、観測記録と比較したものを図 8 に示す。

この図より、観測から得られた H/V や位相速度が理論曲線とよく対応していることがわかる。方位平均をとらない 2 点のみの同時観測であっても、短周期領域であれば位相速度の推定可能性が示唆される結果と言える。ただし、No.1 地点である明峰小学校での観測は、観測時間が放課後になったため、児童らが校庭で縦横無尽に遊んでおり、様々な方向からの微動がまんべんなく到来する、という理論的に理想に近い状況であったことも予想される。その一方で、校庭の片隅を用いて、児童が 2 つの観測点の間を通り抜けないように観測点配置を工夫としたものの、微動源が 2 つの観測点の間に存在する場合がまったくなかったとは断言できない状況であったことには注意が必要である。

なお、大堀ほか<sup>12)</sup>によると地盤の卓越周波数より短周期側では Rayleigh 波の基本モードの波長の少なくとも 1/2 程度微動源が離れていれば推定される位相速度の誤差は 15% 以下となるとしている。No.1 観測点では地盤の卓越周期は 3.5 Hz 程度、4 Hz での Rayleigh 波の波長は 125 m と推定されているので、50 ~ 60 m ほど微動源とセンサーが離れていればそこそこの精度で位相速度が推定されることになる。実際の観測状況ではもう少し近くまで児童が接近していることもあったため、推定された位相速度は実体波の影響を受けている可能性があることを指摘しておく。

### 4.2 $\rho_R$ の平均

2 点のみの観測であるため、上記の予想がどの程度正しいかを直接確かめる方法はない。しかし、前節で述べたように微動が様々な方向からまんべんなく到来しているとすれば、空間自己相関係数の確率分布や分散を議論することで間接的ではあるが、ある程度この仮定の妥当性を観測記録を元にして確かめることができる可能性がある。そこで、まず、式 (12) の  $\rho_R$  を観測値から直接計算してそのヒストグラムを求め、式 (15) の確率密度関数とどの程度対応するか、を検討する。検討にあたっては、M000 と M006 の記録を用いる。

M000 と M006 における同時観測記録は、小学生が地震計の近くを歩いていたたり、ボールを転がして遊んだりしているために、非常にノイズの多い記録になっている。しかし、地震計のすぐ横を歩くことで地面が傾いて長周期成分のノイズがはいる、といったことはなかったため、15 分ほどの記録をすべて使って、機械的に長さ約 2 秒の 450 個の区間に分割し、統計的な解析に用いることとした。解析区間を 2 秒としたのは、6m のアレーによって位相速度が推定可能な周波数帯域が 5 Hz よりも短周期側であり、2 秒の区間でフーリエ変換を行っても十分な精度でスペクトルを推定できることと、統計的な解析を行うために実現値の数をできるだけ多くとるためである。

各解析区間毎に式 (4) の被積分関数を計算することで、 $\rho_R$  の 450 個の実現値を得た。このとき、スペクトルの平滑化は行っていない。目視でノイズが少ないと判断して選択した約 16 秒の区間を使ってスペクトルの平滑化を行って求めた空間自己相関係数と、2 秒の区間を機械的に切り出して平均をとったものが大きく違うようでは、記録の安定性に問題があることになるため、念のため、両者を比較したものを図 9 に示す。図中で破線は 16 秒区間の記録を用いてスペクトルの平滑化を行って求めた空間自己相関係数、実線は 450 個の 2 秒区間の記録の平均 (スペクトルの平滑化なし) によって求めた空間自己相関係数である。

図 8 において 6m アレーから位相速度が求められている周波数範囲は図 9 の網掛けをしている部分であることを考慮すると、この周波数範囲では両者はよく対応していることがわかる。このことから、



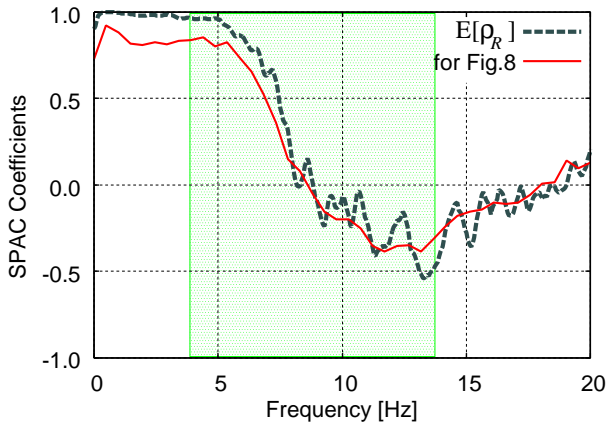
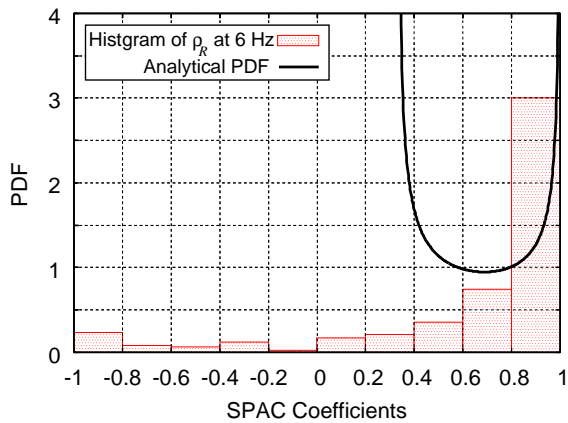
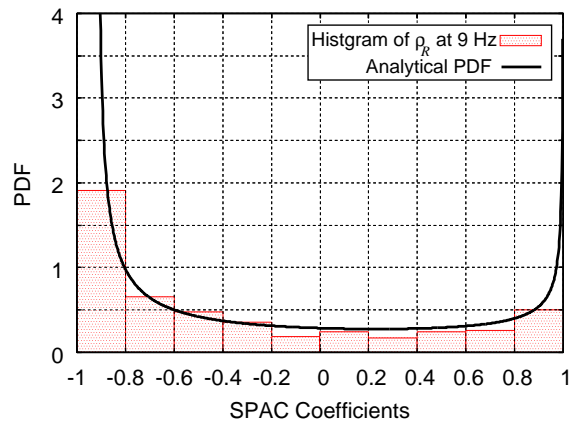


図9 M000 と M006 における記録の空間自己相関係数。破線は約 16 秒のノイズの少ない 9 区間から求めたもの (スペクトルの平滑化あり), 実線は約 2 秒の 450 区間を機械的に切り出して求めたもの (スペクトルの平滑化なし)。



(a) 約 6 Hz ( $E[\rho_{\mathcal{R}}] = 0.65569$ ,  $kr = 1.230752$ )



(b) 約 9 Hz ( $E[\rho_{\mathcal{R}}] = -0.15240$ ,  $kr = 2.722712$ )

図 10  $\rho_{\mathcal{R}}$  のヒストグラムと理論確率密度関数の比較

記録に特別異常な区間が含まれておらず、かつ、平均値としての空間自己相関関数を見る場合には平滑化の有無はあまり問題ではないようである。このことは、スペクトルの安定性という意味では平滑化を行うことと多数の区間のスペクトルの平均をとることが同等であるというよく知られた事実を示しているにすぎないが、2 秒 × 450 区間の解析ではノイズの多いデータも含まれているため図 9 を示した。

#### 4.3 $\rho_{\mathcal{R}}$ のヒストグラム

次に、いくつかの周波数における  $\rho_{\mathcal{R}}$  のヒストグラムと式 (15) の理論確率密度関数 (PDF) を比較する。図 10 に 6, 9 Hz での  $\rho_{\mathcal{R}}$  のヒストグラムを示す。ここで、理論 PDF を求める際には、 $E[\rho_{\mathcal{R}}]$  から  $J_0(kr)$  の引数  $kr$  を推定し、その  $kr$  を式 (15) に代入して求めている。式 (15) が定義域の両端で発散するため、理論 PDF が両端で途切れて表示されている。

関数値が発散する PDF に対する適切な適合度検定をすることが難しいため、統計的手法による客観的判断を示すことができないが、主観で判断すると、9 Hz については、おおよそ理論 PDF と観測ヒストグラムが整合しているように見える。一方、6 Hz では定義域の外側 (横軸の値が  $\cos(kr) = \cos(1.230752) = 0.3335$  以下の範囲) に大きくヒストグラムがはみ出しており、理論との整合性は非常に悪い。

以上より、「様々な方向からまんべんなく微動が到来する」という仮定は短周期側ではおおよそ満足されているが、長周期側では必ずしも満足されていないことが示唆される。しかし、6 Hz 前後では既知の地盤構造から推定される分散曲線と整合するような位相速度が推定されている。このことは、本論文において定義した微動の到来方向の一様性の表現方法の枠組みのなかでは扱うことができないような条件のもとで妥当な位相速度が求められ得ることを意味していると言えるかもしれない。

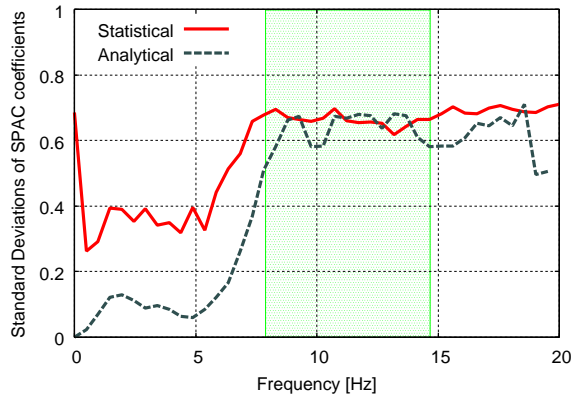


図 11  $\rho_{\text{SPAC}}$  の標準偏差の理論値と統計量の比較

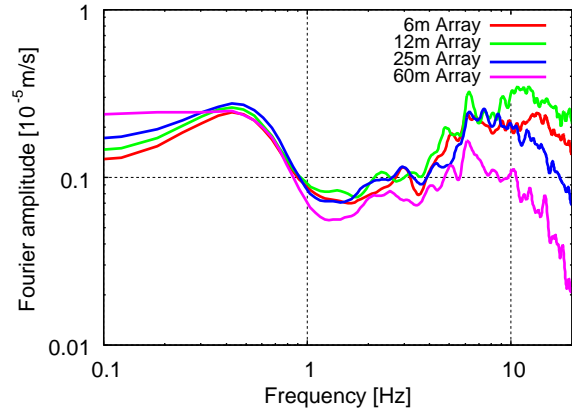
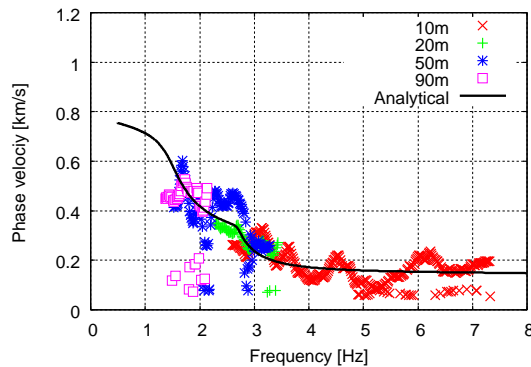
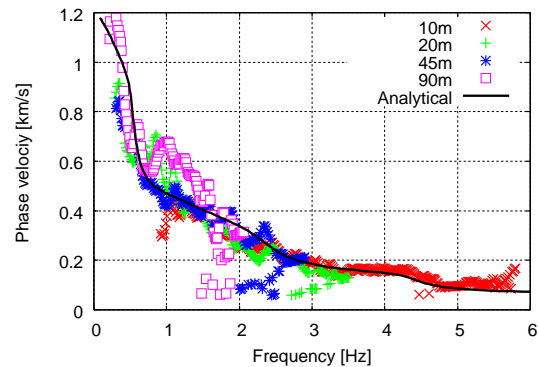


図 12 M000 におけるフーリエスペクトル



(a) No.2 (SK-net 富士見)



(b) No.3 (荒川河川敷)

図 13 各観測地点での位相速度と理論分散曲線

#### 4.4 $\rho_{\text{SPAC}}$ の標準偏差

どのような領域で理論 PDF と統計的に求められる分布形 (ヒストグラム) が対応するのかを見るために、式 (20) から求められる  $\sqrt{\text{Var}[\rho_{\text{SPAC}}]}$  の理論値を観測値から統計的に求められる値とを比較する。図 11 にその結果を示す。この図中に網掛けで表した 8~14 Hz あたりでは、標準偏差の値がおおよそ対応しており、図 10 で見られた傾向と整合する。すなわち、 $\rho_{\text{SPAC}}$  のヒストグラムが理論 PDF とだいたい対応しているものと予想される。この結果より、図 11 において網掛けで示した周波数範囲であれば、2 地点の同時観測のみから求められた位相速度が、信頼に足るものであるものと予想される。

異なる大きさのアレーについて同様の検討を行うと、理論と統計量の対応がとれるものとそうでないものが混在しており、理論と統計量が整合する周波数帯域が常に同じではなく、アレーの大きさに依存して異なるようである。微動が「様々な方向からまんべんなく到来する」という条件が、アレーのサイズに依存する、というのは物理的には理解しにくいことである。もちろん、観測中に波動場の確率論的性質が変わったということも考えられる。参考までに各観測での M000 地点でのフーリエスペクトルを示す。これを見ると児童らが下校した後に観測を行った 60m のアレーでは短周期の微動のパワーが極端に減っていることがわかる。校庭で遊んでいた児童らが下校してしまうと波動場の特性が著しく変化することは容易に予想され、そのことが理論値と統計量の対応に影響している可能性は考えられるであろう。しかし、このことを定量的に確認する方法がないため、あくまでも推論の域を出るものではない。

また、4.3 節でも指摘したが、図 11 の網掛けの範囲よりも長い周期帯において推定された位相速度も理論位相速度とそれほど大きな違いはないことにも注意が必要である。

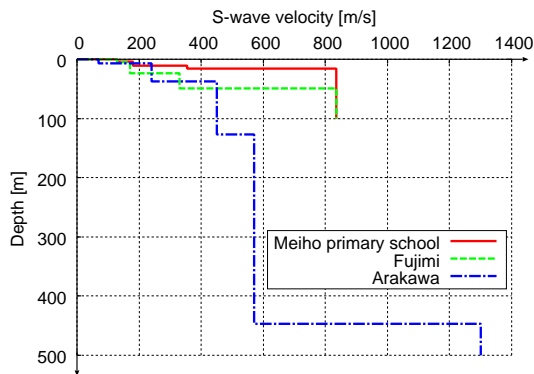
これらのことは、単に PDF を議論するだけでは 2 地点での同時観測から位相速度を推定することの可能性の本質を理解できていないことを意味している。 $\rho_{\text{SPAC}}$  の理論 PDF とヒストグラムの整合性がよい場合に、推定された位相速度がある程度妥当な値となることは予想できるものの、この条件は妥

表 2 No.2 (SK-net 富士見) において推定された速度構造

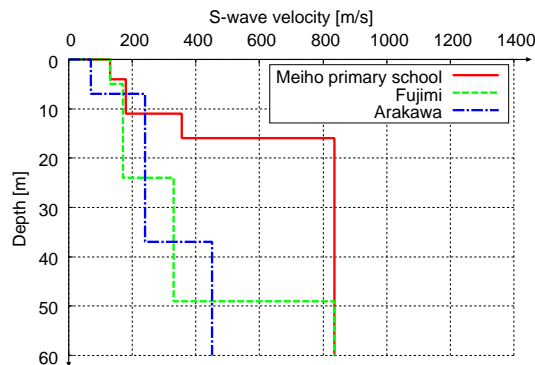
	S 波速度 [m/s]	密度 [t/m <sup>3</sup> ]	層厚 [m]
1	130	1.30	5.0
2	170	1.50	19.0
3	330	1.70	25.0
4	835	1.72	∞

表 3 No.3 (荒川河川敷) において推定された速度構造

	S 波速度 [m/s]	密度 [t/m <sup>3</sup> ]	層厚 [m]
1	70	1.25	7
2	240	1.45	30
3	450	1.70	90
4	570	1.72	320
5	1300	1.80	∞



(a) 深さ 500m まで



(b) 深さ 60m までの拡大図

図 14 各観測地点で推定された S 波速度構造

当な位相速度が推定されるための必要十分条件ではないようである。今後は、多地点同時観測によるアレー観測記録との比較も行いながら 2 点同時観測による位相速度の推定法の適用範囲について議論を深めていくことが必要である。

## 5 . No.2 (SK-net 富士見) 地点および No.3 (荒川河川敷) 地点への適用例

No.1 地点での解析から 2 点の同時観測のみである程度妥当な位相速度を推定可能であることが示されたが、結局、どのような条件であれば適用可能か、という基準を見いだすにはいたらなかった。しかし、短周期領域であれば、ある程度は位相速度を推定できそうであるので、この手法を他の地点に適用してみた結果を示しておく。

図 4 からわかる通り、No.2 (SK-net 富士見) は扇状地、No.3 (荒川河川敷) は文字通り河川敷である。基盤構造も西から東へ向かって深くなることが知られており、No.1 から東へ行くほど、いわゆる「地盤が悪くなる」という傾向にあると考えられる。

各観測地点で推定された位相速度を図 13 に示す。この位相速度を満足する速度構造を推定した結果、表 2, 3 に示す構造が得られた。No.3 (荒川河川敷) では非常に長周期領域まで位相速度が推定されているため、それにあわせて深い構造まで推定している。

図 13 では No.2 (SK-net 富士見) 地点の位相速度も一応求められているように見えるが、実際には、空間自己相関係数が全周波数帯域で不安定となっており、あまり信頼できる結果ではない。そのため、No.2 地点の速度構造を求めるに当たっては、No.1 の層序を参考にして、観測結果と整合するようパラメータをごくわずく変更してフォワード計算で速度構造を求めている。

一方、No.3 (荒川河川敷) 地点では、比較的安定した位相速度が計算され、かつ長周期領域まで安定して位相速度が求められた。しかし、1 秒よりも長周期側については、「いろいろな方向から微動が到



来する」という仮定がどの程度信頼できるかよくわからないため、得られた位相速度をどこまで信用すべきかの指標が不十分である。前節での議論では、空間自己相関係数の確率論的性質が理論と整合するかどうか、2点同時観測から求められた位相速度の妥当性の判断基準になるとは限らないことが明らかとなったため、この点について現時点で確たることを述べることはできない。ただし、一般に、1秒よりも長周期領域で観測される脈動の震源は海底にあると考えられており、同じような方向から伝播してきていることが多く、「いろいろな方向から微動が到来する」という仮定が常に成立するわけではなさそうである、ということ指摘しておく。周期帯から考えると第4層まではある程度信頼できると考えられるが、第4層の厚さ、および第5層の信頼性は上記の理由により不明である。

No.1~No.3の各地点での速度構造を図14に示す。No.3に比してNo.1および2は非常に浅い構造までしか求められていないので、表層から60mまでを拡大したものをあわせて示している。この図によると、各観測地点での地盤条件の定性的な違いが速度構造に反映されており、結果が大幅に間違っているということはないものと期待される。

## 6. おわりに

微動の2点同時観測のみによる簡易なアレー観測によって位相速度が推定可能かどうかに関連して、空間自己相関係数を持つべき確率論的性質を解析的に誘導した。また、得られた性質が実観測記録において見いだされるかどうかを調べるために、地盤構造が明らかな場所で微動の2点同時観測を実施し、その記録から空間自己相関係数および位相速度を推定した。

この結果、短周期領域において推定された位相速度は、地盤構造から予想される理論分散曲線とよく対応し、空間自己相関係数の方位平均をとらない場合でも、短周期領域ではある程度妥当な位相速度を推定可能であることが示された。

しかしその一方で、空間自己相関係数の確率論的性質を比較すると、位相速度の推定結果が妥当であっても、必ずしも理論と統計量が対応するわけではなく、確率論的性質の整合性が悪い場合があることが明らかとなった。さらに、確率論的性質が整合する周波数帯域がアレーのサイズに依存するといった物理的に理解しにくい傾向も見られた。少なくとも、空間自己相関係数の確率論的性質の理論値と統計量が整合する場合は妥当な位相速度が推定されるようであるが、これは必要十分条件ではない、と考えられる。

また、微動が「様々な方向からまんべんなく到来」するという状態を数学的に表現するに当たって多くの問題が含まれていることを示したが、このことが波動場が期待通りの状態であるかどうかの判定を妨げている可能性も十分に考えられる。

結局、現時点では、どのような状況であれば、2点同時観測記録のみで位相速度の妥当な推定値が得られるのか、という肝心の点がはっきりしなかった。確率論的性質をみることは無駄ではないが、それだけで妥当性を判断することはできない、ということが本論文での結論である。今後は、微動の多地点同時観測記録を用いてより厳密な議論を行うとともに、2点同時観測によって位相速度が推定可能な条件について再考する必要がある。

## 謝辞

本研究を遂行するにあたって、防災科学技術研究所のK-NETの地盤データを利用させていただいた。また、K-NET所沢が設置されている市立明峰小学校には、校庭での観測を快く認めていただき、円滑に観測を実行することができたことに感謝する。匿名の3名の査読者には極めて意義深い指摘を多数していただいた。筆者らがおかしていた数多くの間違いの指摘だけでなく、理論的に未熟な点を明確にして読者に対して誤解のないように論文を構成するための有意義な示唆をいただいたことは、感謝の念にたえない。筆者らの能力の許す限り改善を行ったつもりであるが、それにもかかわらず、多くの未完成な内容が含まれていることは筆者らも承知しており、せっかくの査読者諸氏の好意に十分に答えられていないことについて伏して赦しを乞う次第である。

なお、本研究における理論構築の一部は科学研究費補助金若手研究(S)「高精度地盤構造推定のための微動・重力・磁気の統合観測システムと同時逆解析法の開発」(課題番号:21671003)の助成を、ま

た，観測の一部は(独)科学技術振興機構による科学技術振興調整費「統合化地下構造データベースの構築」(研究代表者：藤原広行)の支援を受けて行われた。

#### 参考文献

- 1) Capon, J.: High-Resolution Frequency-Wave Number Spectrum Analysis, *Proceedings of IEEE*, Vol.57, pp.1408–1419, 1969.
- 2) 堀家正則：微動の位相速度及び伝達関数の推定，地震，第2輯，Vol.33, pp.425–442, 1980.
- 3) Aki, K.: Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, University of Tokyo, Vol. 35, pp.415–456, 1957.
- 4) 松島健，岡田廣：微動探査法(2) —長周期微動に含まれるラブ波を識別する試み—，物理探査学会第82回学術講演会講演論文集，pp.5–8, 1990.
- 5) Okada, H.: A new method of underground structure estimation using microtremors, *Lecture note for Beijing Graduate School, China Institute of Mining and Technology*, 1992.
- 6) 松岡達郎，梅沢夏実，巻島秀男：地下構造推定のための空間自己相関法の適用に関する検討，物理探査，Vol.49, pp.26–41, 1996.
- 7) Morikawa, H.: A method to estimate phase velocities of surface waves using array observation records of three-component microtremors, *Journal of Structural Engineering / Earthquake Engineering*, Japan Society of Civil Engineers, Vol. 23, No. 1, pp.143s–148s, 2006.
- 8) Morikawa, H., Sawada, S., and Akamatsu, J.: A Method to Estimate Phase Velocities of Rayleigh Waves using Microseisms Simultaneously Observed at Two Sites, *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol. 94, No. 3, pp.961–976, 2004.
- 9) Chávez-García, F.J., Rodríguez, M., and Stephenson, W.R.: Subsoil structure using SPAC measurements along a line, *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol. 96, No. 2, pp.729–736, 2006.
- 10) Wapenaar, K. and Fokkema, J.: Green's function representations for seismic interferometry, *Geophysics*, Vol. 71, No. 4, pp.S133–S146, 2006.
- 11) Yokoi, T. and Margaryan, S.: Consistency of the spatial autocorrelation method with seismic interferometry and its consequence, *Geophysical Prospecting*, pp.435–451, 2008.
- 12) 大堀道広，盛川仁，野畑有秀：全波動場のGreen関数を用いた短周期アレー観測記録の解析，地震，第2輯，Vol.62, 2010 (to be published)

(受理：2009年6月23日)  
(掲載決定：2010年3月31日)

## A Study on Stochastic Properties of Auto-Correlation Coefficients for Microtremor Data Simultaneously Observed at Two Sites

MORIKAWA Hitoshi<sup>1)</sup>, OHORI Michihiro<sup>2)</sup>, and IYAMA Kahori<sup>3)</sup>

1) Member, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

2) Member, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology, Dr.Eng.

3) Tokyo University of Science, Master Eng.

## ABSTRACT

We discussed stochastic properties of the spatial auto-correlation (SPAC) coefficients for microtremor data which are observed simultaneously at two sites. Usually, the SPAC method can provide the phase velocities using the data observed simultaneously on circular array with four or seven sites. The method, however, suggests analytically the possibility that we can estimate the phase velocities using only the data observed simultaneously at two sites. To clarify the limitation of this idea, some mathematical analyses are performed and stochastic properties of the SPAC coefficients are derived. Furthermore, some real data of microtremors are applied to the above analytical results and the validity is discussed.

*Key Words:* Spatial Auto-Correlation (SPAC) method, Phase Velocity, Microtremors, Probability Density Function, Observation